

2.1 عادا عظم (H.C.F)

دو یا دو سے زیادہ اعداد کا عادا عظم ایسا سب سے بڑا عدد ہوتا ہے جو ان اعداد کو پورا پورا تقسیم کرتا ہے۔ ہم نے پچھلی جماعت میں دو ہندسی اعداد کا عادا عظم بذریعہ مفرد اجزائے ضربی معلوم کرنا سیکھا۔ نیچے چند مثالیں اعادہ کے لیے دی گئی ہیں۔

عادا عظم بذریعہ مفرد اجزائے ضربی

نیچے دی گئی مثالوں پر غور کریں۔

مثال 1

8 اور 12 کا عادا عظم بذریعہ مفرد اجزائے ضربی معلوم کریں۔

حل

$$8 \text{ کے مفرد اجزائے ضربی } : 2, 2, 2$$

$$12 \text{ کے مفرد اجزائے ضربی } : 2, 2, 3$$

$$8 \text{ اور } 12 \text{ کے مشترک اجزائے ضربی } : 2, 2$$

$$\text{مشترک اجزائے ضربی کا حاصل ضرب} = 2 \times 2$$

$$= 4$$

پس 8 اور 12 کا عادا عظم 4 ہے۔

مثال 2

24 اور 40 کا عادا عظم بذریعہ مفرد اجزائے ضربی معلوم کریں۔

حل

$$\begin{aligned}
& 24 \text{ کے مفرد اجزائے ضربی} : 2, 2, 2, 3 \\
& 40 \text{ کے مفرد اجزائے ضربی} : 2, 2, 2, 5 \\
& 24 \text{ اور } 40 \text{ کے مشترک اجزائے ضربی} : 2, 2, 2 \\
& \text{مشترک اجزائے ضربی کا حاصل ضرب} = 2 \times 2 \times 2 \\
& = 8 \\
& \text{پس } 24 \text{ اور } 40 \text{ کا عظیم } 8 \text{ ہے۔}
\end{aligned}$$

2.1.1 دو ہندسی تک کے تین اعداد کا عظیم معلوم کرنا

• بذریعہ مفرد اجزائے ضربی

مثال

16، 24 اور 48 کا بذریعہ مفرد اجزائے ضربی عظیم معلوم کریں۔

حل

$$\begin{aligned}
& 16 \text{ کے مفرد اجزائے ضربی} : 2, 2, 2, 2 \\
& 24 \text{ کے مفرد اجزائے ضربی} : 2, 2, 2, 3 \\
& 48 \text{ کے مفرد اجزائے ضربی} : 2, 2, 2, 2, 3 \\
& 16، 24 اور 48 کے مشترک مفرد اجزائے ضربی} : 2, 2, 2 \\
& \text{مشترک اجزائے ضربی کا حاصل ضرب} = 2 \times 2 \times 2 \\
& = 8 \\
& \text{پس } 16، 24 اور 48 \text{ کا عظیم } 8 \text{ ہے۔}
\end{aligned}$$

2.1 مشق

عظیم بذریعہ مفرد اجزائے ضربی معلوم کریں:

3. 12، 24، 40

2. 20، 24، 48

1. 10، 15، 20

20, 40, 80	.6	15, 30, 45	.5	25, 30, 35	.4
16, 24, 64	.9	24, 48, 72	.8	24, 48, 60	.7
28, 42, 56	.12	21, 42, 63	.11	12, 36, 48	.10

• بذریعہ تقسیم

دی گئی مثالوں پر غور کریں۔

مثال 1

24 اور 64 کا عظم بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

حل

بذریعہ تقسیم کے اقدامات:

$$\begin{array}{r}
 24 \overline{) 64} \quad (2 \\
 \underline{-48} \\
 16 \overline{) 24} \quad (1 \\
 \underline{-16} \\
 8 \overline{) 16} \quad (2 \\
 \underline{-16} \\
 0
 \end{array}$$

i. بڑے عدد 64 کو چھوٹے عدد 24 سے تقسیم

کریں۔ اس طرح ہمیں 16 پہلا باقی حاصل ہوا۔

ii. اب 24 کو پہلے باقی 16 سے تقسیم کیا۔ اس طرح

ہمیں دوسرا باقی 8 حاصل ہوا۔

iii. اب 16 کو دوسرے باقی 8 سے تقسیم کیا۔

باقی 0 بچا۔

آخری مقسوم علیہ (divisor) 8 ہے۔ جو 24 اور

64 کا عظم ہے۔

پس 24 اور 64 کا عظم 8 ہے۔

مثال 2

20، 48 اور 70 کا بذریعہ تقسیم عظم معلوم کریں۔

حل

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 48} \left(2 \right. \\ \underline{-40} \\ 8 \overline{) 20} \left(2 \right. \\ \underline{-16} \\ 4 \overline{) 8} \left(2 \right. \\ \underline{-8} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 70} \left(17 \right. \\ \underline{-4} \\ 30 \\ \underline{-28} \\ 2 \overline{) 4} \left(2 \right. \\ \underline{-4} \\ 0 \end{array}$$

i. تین اعداد کا عظیم معلوم کرنے کے لیے پہلے ہم کسی دو اعداد کا عظیم معلوم کرتے ہیں۔

ہم 20 اور 48 کا عظیم معلوم کرتے ہیں۔
20 اور 48 کا عظیم 4 ہے۔

ii. اب ہم تیسرے عدد 70 اور پہلے قدم کے عظیم 4 کا عظیم معلوم کرتے ہیں جو کہ 2 ہے۔

پس 20، 48 اور 70 کا عظیم 2 ہے۔

مشق 2.2

عظیم بذریعہ تقسیم معلوم کریں:

- | | | | | | |
|--------------|-----|--------------|-----|--------------|-----|
| 15, 25, 125 | .3 | 24, 48, 120 | .2 | 12, 21, 45 | .1 |
| 45, 81, 270 | .6 | 42, 98, 140 | .5 | 36, 72, 160 | .4 |
| 32, 96, 320 | .9 | 28, 70, 294 | .8 | 48, 132, 372 | .7 |
| 56, 140, 308 | .12 | 48, 112, 272 | .11 | 24, 132, 264 | .10 |

2.2 ذواضعاف اقل

ذواضعاف اقل وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد ہے جو دیے ہوئے اعداد سے پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔
ذواضعاف اقل معلوم کرنے کے لیے درج ذیل اقدامات کریں:

- i. دیے ہوئے اعداد کے اضعاف معلوم کریں۔
 ii. سب سے چھوٹا عدد چنیں جو اضعاف میں سے ہو۔
 سب سے چھوٹا عدد مطلوبہ ذواضعاف اقل ہے۔

مثال

8، 12 اور 24 کا ذواضعاف اقل معلوم کریں۔

حل

- 8 کے اضعاف : 8, 16, 24, 32, ...
 12 کے اضعاف : 12, 24, 36, 48, ...
 24 کے اضعاف : 24, 48, 72, 96, ...
 8، 12 اور 24 کا سب سے چھوٹا مشترک ضعف 24 ہے۔
 پس 8، 12 اور 24 کا ذواضعاف اقل 24 ہے۔

2.2.1 چار 2 ہندسی اعداد تک کا ذواضعاف اقل

● مفرد تجزی کے طریقہ سے ذواضعاف اقل

مفرد اجزائے ضربی کے طریقہ سے ذواضعاف اقل معلوم کرنے کے لیے یہ اقدامات کریں:

- i. تمام دیے ہوئے اعداد کے اضعاف معلوم کریں۔
 ii. مشترک مفرد اجزائے ضربی اور غیر مشترک مفرد اجزائے ضربی کی حاصل ضرب معلوم کریں۔
 iii. تمام مشترک اور غیر مشترک مفرد اجزائے ضربی کو ضرب دیں۔

$$\therefore \text{ذواضعاف اقل} = \left[\begin{array}{l} \text{دو یا دو سے زیادہ اعداد کے مشترک} \\ \text{مفرد اجزائے ضربی کی حاصل ضرب} \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{l} \text{غیر مشترک مفرد اجزائے ضربی} \\ \text{کی حاصل ضرب} \end{array} \right]$$

مثال 1

8، 12 اور 24 کا ذواضعاف اقل بذریعہ مفرد اجزائے ضربی معلوم کریں۔

حل

$$8 \text{ کی مفرد تجزی} = 2 \times 2 \times 2$$

$$12 \text{ کی مفرد تجزی} = 2 \times 2 \times 3$$

$$24 \text{ کی مفرد تجزی} = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\text{مشترک مفرد اجزائے ضربی کی حاصل ضرب} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

پس 8، 12 اور 24 کا ذواضعاف اقل 24 ہے۔

مثال 2

21، 27، 51 اور 81 کا ذواضعاف اقل بذریعہ مفرد اجزائے ضربی معلوم کریں۔

حل

$$21 \text{ کی مفرد تجزی} = 3 \times 7$$

$$27 \text{ کی مفرد تجزی} = 3 \times 3 \times 3$$

$$51 \text{ کی مفرد تجزی} = 3 \times 17$$

$$81 \text{ کی مفرد تجزی} = 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$\text{مشترک مفرد اجزائے ضربی کی حاصل ضرب} = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$\text{غیر مشترک مفرد اجزائے ضربی کی حاصل ضرب} = 7 \times 17 \times 3 = 357$$

$$\text{مشترک اور غیر مشترک مفرد اجزائے ضربی کی حاصل ضرب} = 27 \times 357 = 9639$$

پس 21، 27، 51 اور 81 کا ذواضعاف اقل 9639 ہے۔

مشق 2.3

مفرد تجزی کے طریقہ سے ذواضعاف اقل معلوم کریں:

2. 24, 54, 120

1. 20, 25, 50

4. 40, 80, 140

3. 32, 80, 160

6. 28, 56, 140, 420

5. 24, 48, 72, 96

8. 24, 48, 60, 96

7. 25, 40, 75, 100

10. 30, 45, 80, 125

9. 27, 36, 66, 99

• تقسیم کے ذریعے ذواضعاف اقل

ہم دو یا دو سے زیادہ اعداد کا ذواضعاف اقل تقسیم کے ذریعے بھی معلوم کر سکتے ہیں۔ اس طریقہ کار کی وضاحت نیچے کی گئی ہے۔

مثال 2

30، 40، 60 اور 100 کا ذواضعاف اقل بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

حل

2	30 , 40 , 60 , 100
3	15 , 20 , 30 , 50
5	5 , 20 , 10 , 50
2	1 , 4 , 2 , 10
2	1 , 2 , 1 , 5
5	1 , 1 , 1 , 5
	1 , 1 , 1 , 1

i. تمام اعداد کو اس طرح لکھیں۔

ii. اعداد کو ایک ایسے عدد سے تقسیم کریں جو کم از کم دو دیے ہوئے اعداد کو تقسیم کرتا ہو۔

iii. ہر عدد کا حاصل قسمت اس کے نیچے لکھیں۔

iv. اگر ایک عدد تقسیم نہیں ہوتا تو اس کو ویسے ہی لکھ دیں۔

v. اسی طرح تقسیم کرتے جائیں حتیٰ کہ تمام اعداد '1' بن جائیں۔

vi. ذواضعاف اقل معلوم کرنے کے لیے تمام مقسوم علیہ کو ضرب دیں۔

$$\text{ذواضعاف اقل} = 2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 2 \times 5 = 600$$

مشق 2.4

ذواضعاف اقل بذریعہ تقسیم معلوم کریں:

25, 30, 50	.2	10, 20, 30	.1
25, 40, 50, 75	.4	20, 30, 50, 60	.3
25, 50, 75, 100	.6	15, 25, 40, 80	.5
27, 36, 72, 144	.8	24, 48, 60, 96	.7
18, 54, 90, 180	.10	28, 56, 112, 140	.9

2.3 روزمرہ زندگی سے متعلق عظیم اور ذواضعاف اقل کے سوالات

مثال 1

18، 24 اور 30 میٹر لمبی تاروں کی پیمائش کرنے کے لیے بڑے سے بڑا کتنا لمبا پیمانہ درکار ہوگا؟

حل

ہمیں 18، 24 اور 30 کا عظیم معلوم کرنا پڑے گا۔

$$18 = 2 \times 3 \times 3 \text{ کی مفرد تجزی}$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \text{ کی مفرد تجزی}$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5 \text{ کی مفرد تجزی}$$

$$18، 24 اور 30 کے مشترک مفرد اجزائے ضربی = 2، 3$$

$$\text{مشترک مفرد اجزائے ضربی کی حاصل ضرب} = 2 \times 3$$

$$= 6$$

پس 6 میٹر لمبا پیمانہ درکار ہے جو 18 میٹر، 24 میٹر اور 30 میٹر لمبی تاروں کی پوری پوری پیمائش کر سکے گا۔

مثال 2

10، 20، 25 اور 30 میٹر لمبی رسیوں کی مدد سے کتنا کم از کم فاصلہ پورا پورا مایا جاسکتا ہے۔

حل

ہمیں ذواضعاف اقل معلوم کرنا ہے۔

2	10, 20, 25, 30
5	5, 10, 25, 15
2	1, 2, 5, 3
3	1, 1, 5, 3
5	1, 1, 5, 1
	1, 1, 1, 1

$$\text{ذواضعاف اقل} = 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 3 = 300$$

پس مطلوبہ فاصلہ 300 میٹر ہے۔

مشق 2.5

- 1 وہ بڑے سے بڑا عدد بتائیے جو 20، 25 اور 125 کو پورا پورا تقسیم کرتا ہے۔
- 2 وہ بڑے سے بڑا عدد بتائیے جو 45، 135 اور 180 کو پورا پورا تقسیم کرتا ہے۔
- 3 وہ سب سے چھوٹا عدد بتائیں جو 40، 50 اور 60 پر پورا پورا تقسیم ہو۔
- 4 وہ سب سے چھوٹا عدد بتائیں جو 45، 135 اور 225 پر پورا پورا تقسیم ہو۔
- 5 آمنہ کے پاس کچھ رقم ہے جو وہ مستحقین میں تقسیم کرنا چاہتی ہے۔ اگر وہ 5 روپے، 10 روپے اور 20 روپے فی کس کے حساب سے رقم تقسیم کرے تو وہ پوری پوری تقسیم ہو سکتی ہے۔ بتائیں اس کے پاس کم از کم کتنی رقم ہے؟
- 6 ایک ٹوکری میں کچھ کیلے ہیں جو 4، 6، 8 اور 12 کے حساب سے اگر بچوں میں تقسیم کریں تو پورے پورے تقسیم ہو جاتے ہیں۔ بتائیں ٹوکری میں کم از کم کتنے کیلے ہیں؟

متفرق مشق 2

- 1 چار ممکن جوابات دیے گئے ہیں، ان میں سے صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیں:
- i. 18 کے مفرد اجزائے ضربی ہیں:
- (a) 2, 2, 3 (b) 2, 3, 3 (c) 2, 3, 4 (d) 2, 2, 5
- ii. 12 اور 18 کا عظیم ہے:
- (a) 6 (b) 18 (c) 16 (d) 24
- iii. 4 اور 16 کا ڈواضعاف اقل ہے:
- (a) 8 (b) 12 (c) 16 (d) 24
- 2 عظیم بذریعہ مفرد تجزی معلوم کریں:
- i. 8, 16, 48 ii. 15, 45, 60 iii. 25, 75, 100

-3 عظیم بذریعہ تقسیم معلوم کریں:

.i 24, 72, 116 .ii 57, 95, 114 .iii 63, 117, 153

-4 مفرد تجزی کے طریقہ سے ذواضعاف اقل معلوم کریں:

.i 15, 18, 36 .ii 12, 36, 54 .iii 18, 90, 15

-5 تقسیم کے طریقہ سے ذواضعاف اقل معلوم کریں:

.i 34, 51, 85 .ii 28, 42, 56 .iii 57, 76, 95

-6 سب سے بڑا عدد معلوم کریں جو 48، 56 اور 80 کو پورا پورا تقسیم کرے۔

-7 سب سے چھوٹا عدد معلوم کریں جو 30، 60 اور 90 سے پورا پورا تقسیم ہو سکے۔

-8 کم از کم کتنی ٹافیاں ہوں جو 25، 50 اور 125 طلبہ میں پوری پوری تقسیم ہو سکیں؟

-9 تین ڈرموں میں 40، 70 اور 120 لٹریٹول ہے۔ بڑے سے بڑے پیمانے کا حجم کیا ہو جو ان مختلف

مقداروں کو پورا پورا ناپ سکے؟

خلاصہ

- عظیم سب سے بڑا عدد ہے جو دیے ہوئے اعداد کو پورا پورا تقسیم کرتا ہے۔
- عظیم معلوم کرنے کے دو طریقے ہیں، بذریعہ مفرد تجزی اور بذریعہ تقسیم۔
- ذواضعاف اقل، اعداد کے مشترک اضعا ف میں سے سب سے کم ضعف ہے۔
- ذواضعاف اقل معلوم کرنے کے دو طریقے ہیں، بذریعہ مفرد تجزی اور بذریعہ تقسیم۔
- ذواضعاف اقل معلوم کرنے کے لیے مندرجہ ذیل کلیہ استعمال ہوتا ہے:

$$\therefore \text{ذواضعاف اقل} = \left[\begin{array}{l} \text{دو یا دو سے زیادہ اعداد کے مشترک} \\ \text{مفرد اجزائے ضربی کی حاصل ضرب} \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{l} \text{غیر مشترک مفرد اجزائے ضربی} \\ \text{کی حاصل ضرب} \end{array} \right]$$