یونٹ 11

عملی جیومیٹری

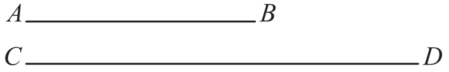
تدریسی مقاصد

اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلبا و طالبات اِس قابل ہو جائیں گے کہ:

- قطعہ خط کو دی گئی تعداد کے مطابق برابر حصوں میں تقسیم کریں۔
- قطعہ خط کو دی گئی نسبت کے مطابق تقسیم کریں۔
- ایک مثلث بنائیں جب اس کا احاطہ اور اضلاع کی لمبائیوں میں نسبت دی گئی ہو۔
- ایک متماثل الاضلاع مثلث بنائیں جب
  - قاعدہ معلوم ہو۔
  - ارتفاع معلوم ہو۔
- ایک متماثل الساقین مثلث بنائیں جب
  - قاعدہ اور قاعدے کا زاویہ معلوم ہو۔
  - وتر کا زاویہ اور ارتفاع معلوم ہو۔
  - ارتفاع اور قاعدے کا زاویہ معلوم ہو۔
- ایک متوازی الاضلاع بنائیں جب
  - دو متصلہ اضلاع اور ان کا درمیانی زاویہ معلوم ہو۔
  - دو متصلہ اضلاع اور ایک وتر معلوم ہو۔
- عملی طور پر ثابت کریں کہ
  - مثلث کے زاویوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔
  - متوازی الاضلاع کے زاویوں کا مجموعہ 360° ہوتا ہے۔

11.1 قطعہ خط

ہم جانتے ہیں کہ دو قطعات خط کا باہم موازنہ ہم ان کی لمبائی کی پیمائشوں سے کر سکتے ہیں۔

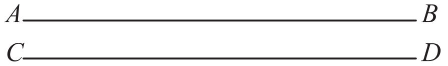


شکل (i)

شکل (i) میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ قطعہ خط AB قطعہ خط CD سے چھوٹا ہے کیوں کہ $\overline{AB}$ کی لمبائی $\overline{CD}$ کی لمبائی سے کم ہے۔
یعنی $m\overline{AB} < m\overline{CD}$۔

شکل (ii)

شکل(ii) میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ قطعہ خط AB قطعہ خط CD سے لمبا ہے کیوں کہ $\overline{AB}$ کی لمبائی $\overline{CD}$ کی لمبائی سے زیادہ ہے۔یعنی $m\overline{AB} > m\overline{CD}$۔



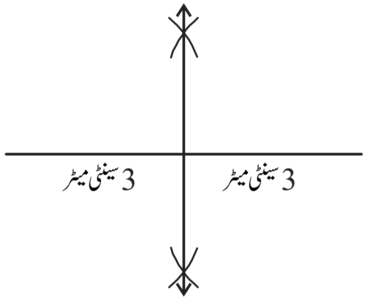
شکل (iii)

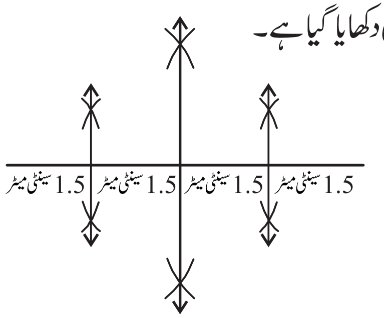
شکل(iii) میں ہم دو قطعات خط کے موازنہ کی تیسری اور آخری صورت دیکھ سکتے ہیں۔ یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ دونوں قطعات خط لمبائی میں برابر ہیں۔یعنی $m\overline{AB} = m\overline{CD}$۔

ایسے قطعات خط جن کی لمبائی برابر ہو متماثل قطعات خط کہلاتے ہیں۔

11.1.1 قطعہ خط کی برابر قطعات میں تقسیم

پچھلی جماعت میں ہم سیکھ چکے ہیں کہ کسی قطعہ خط کے حصوں کی لگاتار تنصیف سے اِس کو جفت قطعاتِ میں تقسیم کیا جا سکتا ہے جیسا کہ نیچے شکل میں دکھایا گیا ہے۔





اب ہم ایک اور طریقہ سیکھتے ہیں جس کے مطابق کسی قطعہ خط کو طاق متماثل قطعات میں تقسیم کیا جاتا ہے یعنی 1، 3، 5، 7،.... اور دیگر حصوں میں ہم یہ طریقہ ایک مثال کی مدد سے سیکھیں گے۔

مثال 1: 14 سینٹی میٹر لمبے قطعہ خط کو 7 برابر قطعاتِ خط میں تقسیم کیجیے۔

حل: اقدامِ عمل:

(i) 14 سینٹی میٹر لمبا قطعہ خط PQ کھینچیں۔ (پیمانہ استعمال کریں)

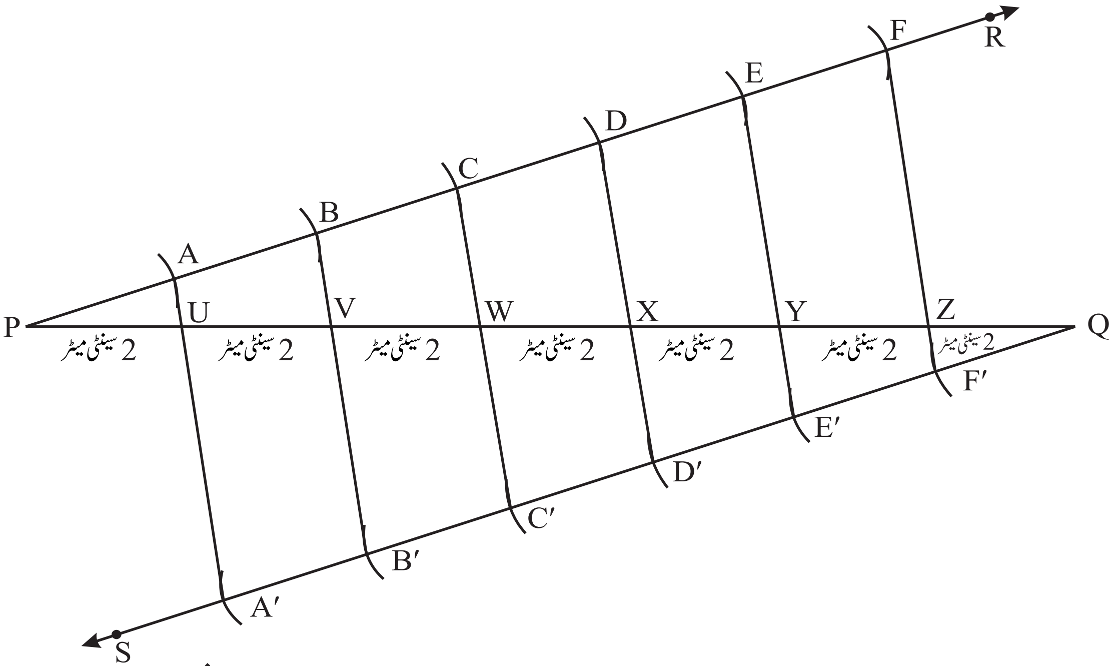
(ii) قطعہ خط PQ کے ساتھ ایک حادہ زاویہ بناتی ہوئی شعاع PR کھینچیں۔ (پیمانہ استعمال کریں)

(iii) یہی زاویہ بناتی ہوئی ایک اور شعاع QS کھینچیں۔

(iv) چھ قوسیں لگائیں (قطعہ خط کے مطلوبہ تعداد سے ایک کم) جو مناسب رداس کی ہوں اور شعاع PR کو نقاط A، B، C، D، E اور F پر بالترتیب قطع کریں۔ (نقطہ A سے شروع کریں اور ہر قوس کے لیے پچھلی قوس کو نقطہ آغاز سمجھیں)

(v) اسی طرح ایک ہی رداس کی چھ قوسیں لگائیں جو شعاع QS کو بالترتیب F'، E'، D'، C'، B' اور A' پر قطع کریں۔

(vi) قطعات خط AA'، BB'، CC'، DD'، EE' اور FF' کھینچیں۔ یہ قطعات خط، قطعہ خط PQ کو بالترتیب نقاط U، V، W، X، Y اور Z پر قطع کرتے ہیں۔



(vii) پس $\overline{PU}$، $\overline{UV}$، $\overline{VW}$، $\overline{WX}$، $\overline{XY}$، $\overline{YZ}$ اور $\overline{ZQ}$، قطعہ خط PQ کے سات مطلوبہ متماثل حصے ہیں۔

نوٹ: حاصل تقسیم کے ساتھ پیمائش کا موازنہ کرنے سے نتائج کی پڑتال کی جا سکتی ہے۔

11.1.2 دی گئی نسبت میں قطعہ خط کی تقسیم

پچھلی مثال میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ قاطع نقاط U، V، W، X، Y اور Z قطعہ خط PQ کو ایک خاص نسبت سے بھی تقسیم کر رہے ہیں۔

- نقطہ U، قطعہ خط PQ کو $1:6$ کی نسبت سے تقسیم کر رہا ہے۔
- نقطہ V، قطعہ خط PQ کو $2:5$ کی نسبت سے تقسیم کر رہا ہے۔
- نقطہ W، قطعہ خط PQ کو $3:4$ کی نسبت سے تقسیم کر رہا ہے۔
- نقطہ X، قطعہ خط PQ کو $4:3$ کی نسبت سے تقسیم کر رہا ہے۔
- نقطہ Y، قطعہ خط PQ کو $5:2$ کی نسبت سے تقسیم کر رہا ہے۔
- نقطہ Z، قطعہ خط PQ کو $6:1$ کی نسبت سے تقسیم کر رہا ہے۔

اب ہم دی گئی نسبت سے قطعہ خط کو تقسیم کرنا سیکھتے ہیں۔فرض کریں کہ دی گئی نسبت $a:b:c$ ہے۔اس لیے:

عمل 1: قطعہ خط PQ کھینچیں۔

عمل 2: دو شعاعیں PR اور QS کھینچیں جو قطعہ خط PQ کے ساتھ حادہ زاویہ بنا رہی ہوں۔

عمل 3: $\overline{PR}$ اور $\overline{QS}$ پر برابر فاصلے پر $a+b+c$ -1 کی تعداد میں قوسیں لگائیں۔

عمل 4: $\overline{PR}$ اور $\overline{QS}$ کے نقاط کو $a : b : c$ کی نسبت کے مطابق ملائیں۔
قاطع نقاط قطعہ خط PQ کو دیے گئے تناسب $a:b:c$ میں تقسیم کرتے ہیں۔

مثال 2: 12 سینٹی میٹر لمبے قطعہ خط کو $1:3:4$ کی نسبت سے تقسیم کیجیے۔

حل: اقدام عمل:

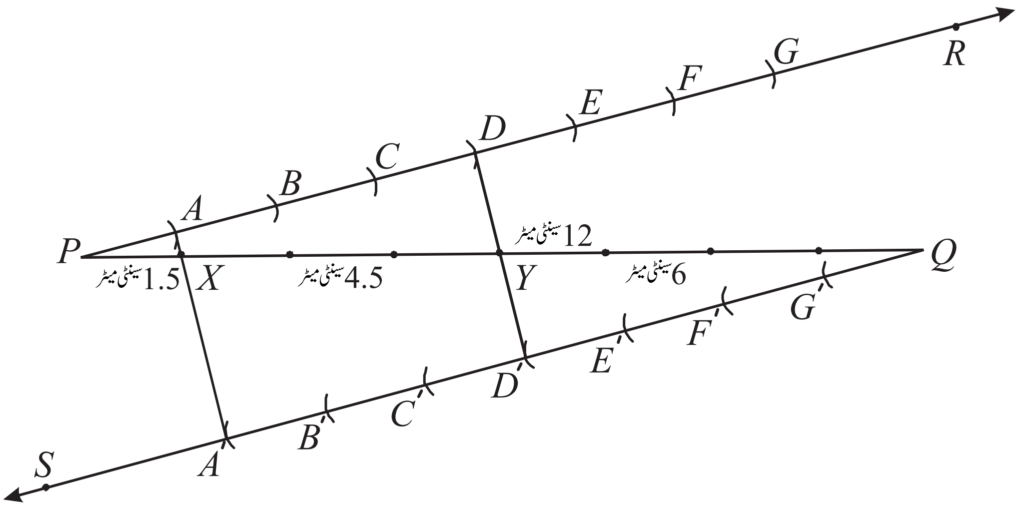
(i) 12 سینٹی میٹر لمبا خط کھینچیں۔(پیمانہ استعمال کریں)

(ii) دو شعاعیں PR اور QS کھینچیں جو قطعہ خط PQ کے ساتھ حادہ زاویہ بنا رہی ہوں۔

(iii) مناسب رداس کی 7 قوسیں لگائیں جو شعاع PR کو نقاط A، B، C، D، E، F اور G پر قطع کریں اور شعاع QS کو نقاط B'، C'، D'، E'، F'، G' اور A' پر قطع کریں۔

(iv) قطعات خط AA' اور DD' کھینچیں۔یہ خطوط قطعہ خط PQ کو بالترتیب نقاط X اور Y پر قطع کرتے ہیں۔

(v) قطعات خط PX، XY اور YQ قطعہ خط PQ کے وہ تین حصے ہیں جو اسے $1:3:4$ کی نسبت سے تقسیم کر رہے ہیں۔



مشق 11.1

-1 6 سینٹی میٹر کے قطعہ خط کو 3 متماثل حصوں میں تقسیم کیجیے۔

-2 7.5 سینٹی میٹر کے قطعہ خط کو 5 متماثل حصوں میں تقسیم کیجیے۔

-3 10.8 سینٹی میٹر کے قطعہ خط کو 6 متماثل حصوں میں تقسیم کیجیے۔

-4 10 سینٹی میٹر کے قطعہ خط کو 5 متماثل حصوں میں تقسیم کیجیے۔

-5 9.8 سینٹی میٹر کے قطعہ خط کو 7 متماثل حصوں میں تقسیم کیجیے۔

-6 قطعہ خط کو تقسیم کیجیے۔

a۔ 4 سینٹی میٹر لمبے قطعہ خط AB کو 1:2 کی نسبت سے۔

b۔ 7.5 سینٹی میٹر لمبے قطعہ خط PQ کو 2:3 کی نسبت سے۔

c۔ 9 سینٹی میٹر لمبے قطعہ خط XY کو 2:4 کی نسبت سے۔

d۔ 6 سینٹی میٹر لمبے قطعہ خط DE کو 1:2:3 کی نسبت سے۔

e۔ 6 سینٹی میٹر لمبے قطعہ خط DE کو 1:1:2 کی نسبت سے۔

f۔ 13.5 سینٹی میٹر لمبے قطعہ خط LM کو 2:3:4 کی نسبت سے۔

g۔ 11.2 سینٹی میٹر لمبے قطعہ خط UV کو 1:2:4 کی نسبت سے۔

11.2 مثلثیں

ہم مثلث بنانے کے مختلف طریقوں سے پہلے ہی آگاہ ہیں۔ یہاں ہم مزید طریقے سیکھیں گے۔

11.2.1 مثلث کی بناوٹ جبکہ اس کا احاطہ اور اضلاع کے درمیان نسبت دی گئی ہو۔

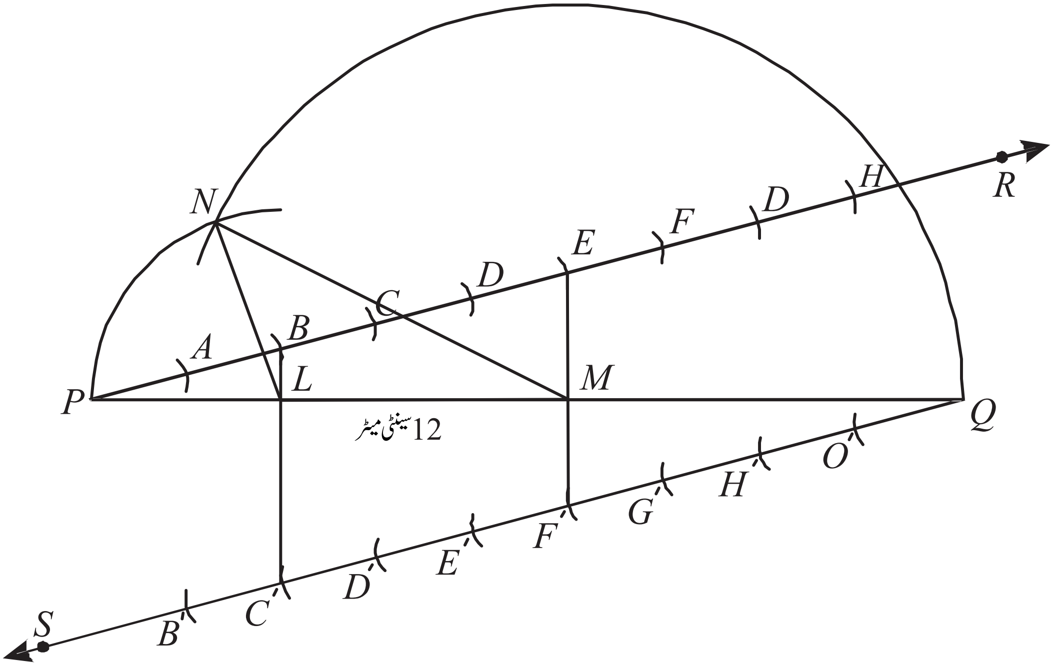
مثال 1: ایک مثلث بنائیے جس کا احاطہ 12 سینٹی میٹر ہو اور اس کے اضلاع کی لمبائیوں میں 2:3:4 کی نسبت ہو۔

حل: اقدام عمل

(i) 12 سینٹی میٹر لمبا قطعہ خط PQ کھینچیں۔ (پیمانہ استعمال کریں)

(ii) قطعہ خط PQ کو مطلوبہ نسبت 2:3:4 میں تقسیم کریں۔

(iii) نقطہ L کو مرکز مانتے ہوئے $\overline{PL}$ رداس کی ایک قوس لگائیں۔



(iv) دوبارہ نقطہ M کو مرکز مانتے ہوئے $\overline{MQ}$ رداس کی ایک قوس لگائیں۔

(v) دونوں قوسوں کے نقطہ انقطاع کو N کا نام دیں۔

(vi) نقطہ N کو L اور M سے ملائیں۔

ΔLMN مطلوبہ مثلث ہے۔

11.2.2 متماثل الاضلاع مثلثوں کی بناوٹ

ایک متماثل الاضلاع مثلث ایسی مثلث ہے جس میں تینوں اضلاع برابر اور تینوں زاویے متماثل ہوتے ہیں۔ اِسے دی گئی لمبائی کے قطعہ خط (قاعدہ اور ارتفاع) کے استعمال سے بنایا جاسکتا ہے۔ آیئے ایک متماثل الاضلاع مثلث بنائیں جب:

- **قاعدہ معلوم ہو**

اس کا آغاز دیے گئے قاعدہ سے کرتے ہیں جو تمام اضلاع کی لمبائیوں کے برابر ہے۔ اس کی وضاحت ہم ایک مثال سے کرتے ہیں۔

مثال 2: ایک متماثل الاضلاع مثلث ABC بنائیں جس کا قاعدہ 4.5 سینٹی میٹر لمبا ہو۔

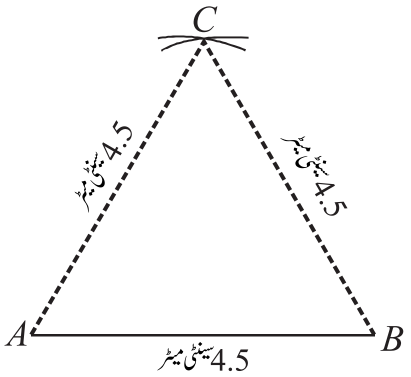
حل: اقدامِ عمل

(i) پیمانے سے 4.5 سینٹی میٹر لمبا قطعہ خط AB کھینچیں۔

(ii) پرکار کی نوک نقطہ A پر رکھ کر اتنا کھولیں کہ پنسل کی نوک نقطہ B کو چھوئے۔

(iii) AB رداس کی ایک قوس نقطہ A کو مرکز مان کر لگائیں۔

(iv) AB رداس کی ایک اور قوس نقطہ B کو مرکز مان کر لگائیں۔ یہ قوس پہلی قوس کو کسی ایک نقطے پر قطع کرے گی۔ دونوں قوسوں کے اس نقطہ انقطاع کو C کا نام دیں۔



(v) آخر میں نقطہ C کو نقطہ A اور B سے ملائیں۔ مثلث ABC مطلوبہ مثلث ہے۔

- **ارتفاع معلوم ہو**

اگر ارتفاع معلوم ہو تو ایک متماثل الاضلاع مثلث بنائی جاسکتی ہے۔ آیئے اس کا طریقہ ایک مثال سے سیکھتے ہیں۔

مثال 3: ایک متماثل الاضلاع مثلث ΔXYZ بنائیں جس کے ارتفاع کی لمبائی 5 سینٹی میٹر ہو۔

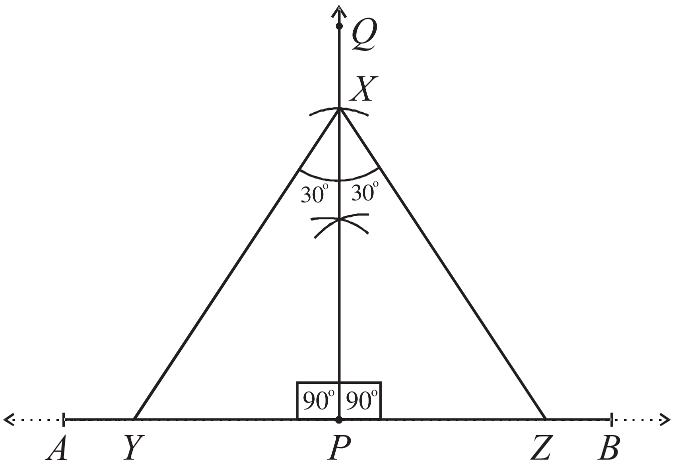
حل: اقدامِ عمل

(i) پیمانے سے ایک خط AB کھینچیں اور اس پر کسی نقطے کو P کا نام دیں۔

(ii) خط AB پر ایک عمود $\overline{7}$ بنائیں یعنی $\overline{AB} \perp \overline{7}$ ۔

(iii) نقطہ P سے 5 سینٹی میٹر پیمائش کی ایک قوس لگائیں جو عمود PQ کو نقطہ X پر قطع کرتی ہے جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔

(iv) نقطہ X پر $30°$ کے زاویے بنائیں یعنی $m\angle PXY = 30°$ اور $m\angle PXZ = 30°$۔



ΔXYZ مطلوبہ متماثل الاضلاع مثلث ہے۔

11.2.3 متماثل الساقین مثلث کی بناوٹ

متماثل الساقین ایسی مثلث ہے جس کے دو اضلاع لمبائی میں برابر ہوں۔ یہ دونوں اضلاع بازو کہلاتے ہیں اور تیسرا ضلع قاعدہ کہلاتا ہے۔ قاعدے کے متعلقہ زاویے بھی متماثل ہوتے ہیں۔ متماثل الساقین مثلث بنائی جاسکتی ہے جب:

- **قاعدہ اور قاعدے کا زاویہ معلوم ہو**

ہم جانتے ہیں کہ متماثل الساقین مثلث کے قاعدے کے دونوں زاویے برابر ہوتے ہیں لہٰذا ہم قاعدے اور قاعدے کے زاویے سے متماثل الساقین مثلث بنا سکتے ہیں۔

مثال 4: متماثل الساقین مثلث LMN بنائیں جس کے قاعدے کی پیمائش 6 سینٹی میٹر اور قاعدے کے زاویے کی پیمائش $30°$ ہو۔

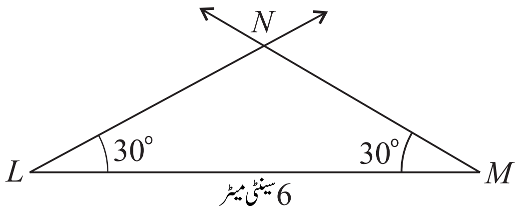
حل: اقدامِ عمل

(i) 6 سینٹی میٹر لمبا قطعہ خط LM کھینچیں۔ (پیمانہ استعمال کریں)

(ii) نقطہ L پر $30°$ کا زاویہ بنائیں۔

(iii) نقطہ M پر ایک اور زاویہ $\angle LMN$ بنائیں جو $30°$ کا ہو۔

(iv) ان دونوں زاویوں سے بننے والے باز وایک دوسرے کو کسی نقطے پر قطع کریں گے۔



ΔLMN مطلوبہ مثلث ہے۔

جب وتر کا زاویہ اور ارتفاع معلوم ہو

ایک متماثل الساقین مثلث میں دو مساوی اضلاع سے قاعدے کے سامنے بننے والا زاویہ وتر کا زاویہ کہلاتا ہے۔ جب متماثل الساقین مثلث کے قاعدے پر عمود گرایا جائے تو یہ وتر کے زاویے کی تنصیف کرتا ہے۔ اس خصوصیت کو استعمال کرتے ہوئے وتر کے زاویے اور ارتفاع کی پیمائش سے متماثل الساقین مثلث بنائی جاسکتی ہے۔

مثال 5: ایک متماثل الساقین مثلث بنائیے جس کے ارتفاع کی لمبائی 3.5 سینٹی میٹر ہو اور وتر کا زاویہ 50° ہو۔

حل: اقدام عمل

(i) ایک خط XY کھینچیں اور اس پر کوئی نقطہ D لیں۔

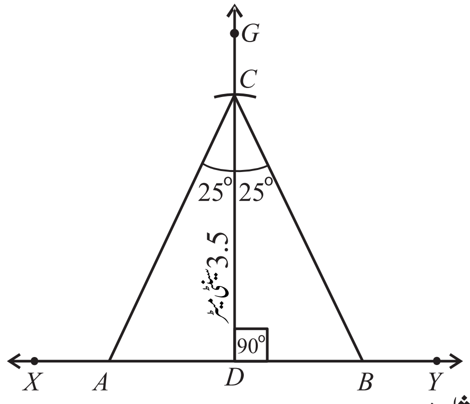
(ii) قاعدے پر ایک عمود $\overrightarrow{DG}$ گرائیں۔

(iii) نقطہ D سے رداس 3.5 سینٹی میٹر کی ایک قوس لگائیں جو اس عمود کو نقطہ C پر قطع کرے۔

(iv) چونکہ وتر کا زاویہ 50° ہے اور عمود اس کی تنصیف کرتا ہے۔ لہٰذا عمود کے دونوں طرف 25° کا زاویہ ہو گا۔

یعنی $\frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$

(v) عمود $\overline{CD}$ کے ساتھ دونوں طرف 25° کا زاویہ بناتے ہوئے دو باز و بنائیں جو قاعدے کو نقاط A اور B پر قطع کریں۔



ΔABC متماثل الساقین مثلث ہے۔

• ارتفاع اور قاعدے کا زاویہ معلوم ہو

ہم جانتے ہیں کہ متماثل الساقین مثلث میں قاعدے کے زاویے برابر ہوتے ہیں اور تینوں زاویوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ اگر قاعدے کا ایک زاویہ دیا گیا ہو تو ہم وتر کا زاویہ معلوم کر سکتے ہیں جیسا کہ ذیل میں دیا گیا ہے۔

فرض کریں کہ قاعدے کا زاویہ 40° ہے اور وتر کا زاویہ x ہے، تو متماثل الساقین مثلث کے مطابق:

$$40^\circ + 40^\circ + x = 180^\circ$$
$$80^\circ + x = 180^\circ$$
$$x = 180^\circ - 80^\circ$$
$$x = 100^\circ$$

پس وتر کے زاویے کی پیمائش 100° ہے۔

مثال 6: ایک متماثل الساقین مثلث بنائیں جس کے ارتفاع کی لمبائی 4 سینٹی میٹر ہو اور قاعدے کا زاویہ 50° ہو۔

حل: اقدامِ عمل

(i) ہم جانتے ہیں کہ:

$$50^\circ + 50^\circ + \text{وتر کا زاویہ} = 180^\circ$$
$$100^\circ + \text{وتر کا زاویہ} = 180^\circ$$
$$\text{وتر کا زاویہ} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

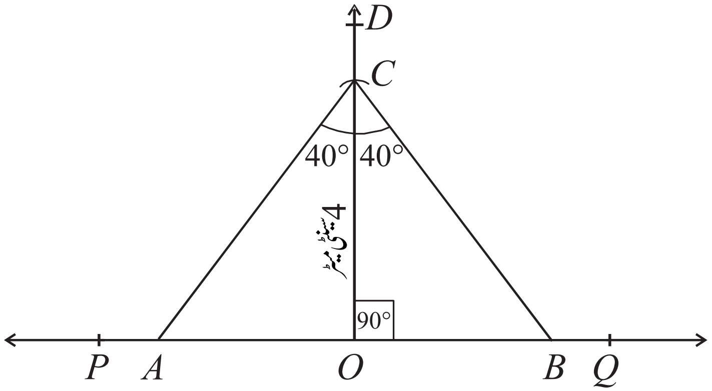
(ii) ایک خط PQ کھینچیں اور اس پر کوئی نقطہ O لیں۔

(iii) قاعدے پر عمود $\overrightarrow{OD}$ گرائیں۔

(iv) نقطہ O سے 4 سینٹی میٹر رداس کی قوس لگائیں جو عمود کو نقطہ C پر قطع کرے۔

(v) دو بازو بنائیں جو عمود $\overline{OD}$ کے دونوں طرف $\frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$ کا زاویہ بنائیں۔

(vi) بازوؤں کو قاعدے پر نقاط A اور B سے ملائیں۔



ΔABC مطلوبہ متماثل الساقین مثلث ہے۔

مشق 11.2

-1 دی گئی پیمائش کی متماثل الاضلاع مثلث بنائیے۔

(i) قاعدہ = 4 سینٹی میٹر (ii) ارتفاع = 6 سینٹی میٹر

(iii) ارتفاع = 5.5 سینٹی میٹر (iv) قاعدہ = 3.5 سینٹی میٹر

-2 ایک متماثل الساقین مثلث بنائیے جس میں

(i) قاعدہ = 3 سینٹی میٹر اور قاعدے کا زاویہ = 45° ہو۔

(ii) ارتفاع = 4.8 سینٹی میٹر اور وتر کا زاویہ = 100° ہو۔

(iii) قاعدہ = 5 سینٹی میٹر اور قاعدے کا زاویہ = 65° ہو۔

(iv) ارتفاع = 4.2 سینٹی میٹر اور قاعدے کا زاویہ = 35° ہو۔

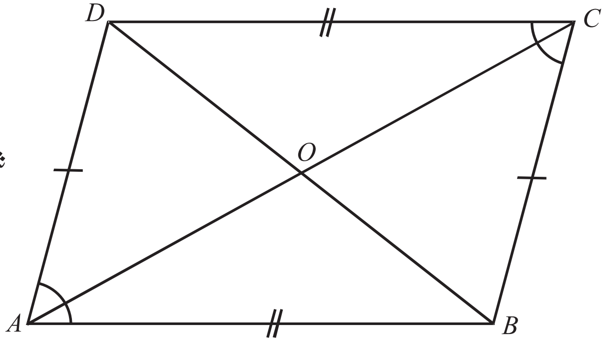
-3 ایک مثلث LMN بنائیے جس کے اضلاع کی لمبائی 2:3:4 کی نسبت سے ہو اور اس کا احاطہ 10 سینٹی میٹر ہو۔

-4 ایک مثلث XYZ بنائیے جس کا احاطہ 13 سینٹی میٹر اور اس کے اضلاع کی لمبائیوں میں 3:4:5 کی نسبت ہو۔

-5 مثلث XYZ کا احاطہ 12 سینٹی میٹر ہے اور اس کے اضلاع کی لمبائیوں میں 4:2:3 کی نسبت ہے۔ مثلث XYZ بنائیں۔

11.3 متوازی الاضلاع

متوازی الاضلاع چار کونوں والی ایسی بند شکل ہے جس میں دو متقابلہ اضلاع متماثل (پیمائش میں برابر) اور متوازی ہوتے ہیں۔ متوازی الاضلاع کے متقابلہ زاویے بھی متماثل ہوتے ہیں اور اس کے وتر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں جیسا کہ شکل (a) میں دکھایا گیا ہے۔



شکل (a)

اُوپر دی گئی شکل (a) میں ہم دیکھتے ہیں کہ:

(i) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ اور $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

(ii) $m\overline{AB} = m\overline{CD}$ اور $m\overline{AD} = m\overline{BC}$

(iii) یعنی $m\angle DAB = m\angle DCB$

اور یعنی $m\angle CDA = m\angle CBA$

11.3.1 متوازی الاضلاع بنانا جب دو متصلہ اضلاع اور اُن کا درمیانی زاویہ دیا گیا ہو

اگر ہمیں دو متصلہ اضلاع کی پیمائشیں اور ان سے بننے والے زاویے معلوم ہوں تو ہم متوازی الاضلاع بنا سکتے ہیں۔

مثال: ایک متوازی الاضلاع $ABCD$ بنایے جب کہ: $m\angle A = 60°$ $m\overline{AD} = 3.5$ سم $m\overline{AB} = 6$ سم

حل: اقدامِ عمل:

(i) 6 سینٹی میٹر لمبا قطعہ خط AB کھینچیں۔

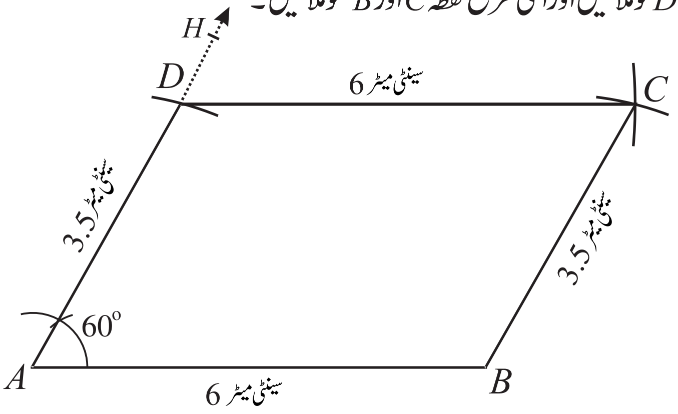
(ii) نقطہ A پر $60°$ کا زاویہ بنائیں یعنی $m\angle A = 60°$۔

(iii) نقطہ A کو مرکز مان کر رداس 3.5 سینٹی میٹر کی ایک قوس لگائی۔ جس نے $\overrightarrow{AH}$ کو نقطہ D پر قطع کیا۔

(iv) اب نقطہ B کو مرکز مان کر 3.5 سینٹی میٹر رداس کی ایک اور قوس لگائیں۔

(v) اب دوبارہ نقطہ D کو مرکز مان کر 6 سینٹی میٹر رداس کی ایک اور قوس لگائیں۔ (یہ قوس پہلے والی قوس کو نقطہ C پر قطع کرے گی)

(vi) نقطہ C اور نقطہ D کو ملائیں اور اسی طرح نقطہ C اور B کو ملائیں۔



نتیجہ: $ABCD$ مطلوبہ متوازی الاضلاع ہے۔

مشق 11.3

-1 متوازی الاضلاع $ABCD$ بنایئے۔ جس میں:

$m\angle ABC = 60°$ ، $m\overline{BC} = 4$ سینٹی میٹر ، $m\overline{AB} = 7$ سینٹی میٹر

-2 متوازی الاضلاع $PQRS$ بنایئے۔ جس میں:

$m\angle PQR = 75°$ ، $m\overline{QR} = 4$ سینٹی میٹر ، $m\overline{PQ} = 8$ سینٹی میٹر

-3 متوازی الاضلاع $LMNO$ بنایئے۔ جس میں:

$m\angle LMN = 45°$ ، $m\overline{MN} = 4.5$ سینٹی میٹر ، $m\overline{LM} = 6.5$ سینٹی میٹر

4- متوازی الاضلاع $BSTU$ بنائیے۔ جس میں:

$m\angle BST = 30^\circ$ ، $m\overline{ST} = 4.4$ سینٹی میٹر ، $m\overline{BS} = 7.7$ سینٹی میٹر

5- متوازی الاضلاع $OABC$ بنائیے۔ جس میں:

$m\angle OAB = 70^\circ$ ، $m\overline{AB} = 3.1$ سینٹی میٹر ، $m\overline{OA} = 6.3$ سینٹی میٹر

6- متوازی الاضلاع $DBAS$ بنائیے۔ جس میں:

$m\angle DBA = 40^\circ$ ، $m\overline{AS} = 2.8$ سینٹی میٹر ، $m\overline{BA} = 9$ سینٹی میٹر

متوازی الاضلاع بنانا جب دو متصلہ اضلاع اور ایک وتر دیا گیا ہو

اگر دو متصلہ اضلاع اور ایک وتر معلوم ہو تو متوازی الاضلاع بنائی جا سکتی ہے جیسا کہ مثال سے ظاہر ہے

مثال: متوازی الاضلاع $ABCD$ بنائیے اگر:

$m\overline{CA} = 6$ سینٹی میٹر ، $m\overline{BC} = 3$ سینٹی میٹر ، $m\overline{AB} = 4$ سینٹی میٹر

حل: ہم دیکھتے ہیں کہ $\overline{AB}$ اور $\overline{BC}$ دو متصلہ اضلاع ہیں کیوں کہ ان میں نقطہ B مشترک ہے اور وتر $\overline{AC}$ بھی پیمائش میں ان سے بڑا ہے۔

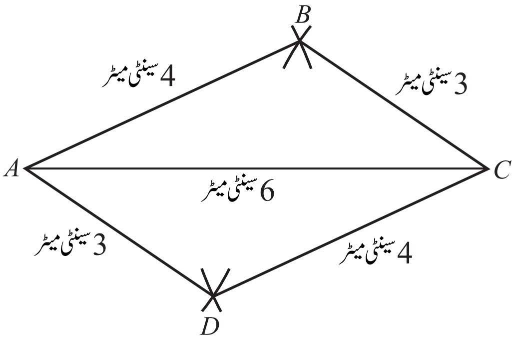
اقدام عمل:

(i) 6 سینٹی میٹر لمبا قطعہ خط AC کھینچیں۔

(ii) نقطہ A کو مرکز مان کر خط کے اوپر کی طرف 4 سینٹی میٹر رداس کی ایک قوس لگائیں اور 3 سینٹی میٹر رداس کی ایک اور قوس قطعہ خط AC کے نیچے کی طرف لگائیں۔

(iii) نقطہ C کو مرکز مان کر قطعہ خط AC کے اوپر کی طرف 3 سینٹی میٹر رداس کی ایک قوس لگائیں۔ ایک قوس قطعہ خط AC کے نیچے 4 سینٹی میٹر رداس کی لگائیں۔ (یہ قوسیں پہلی قوسوں کو نقاط B اور D پر قطع کرتی ہیں۔)

(iv) آخر میں نقاط B اور D کو نقطہ A اور پھر نقطہ C سے ملائیں۔

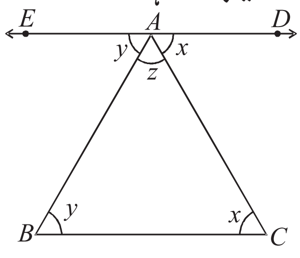


پس $ABCD$ مطلوبہ متوازی الاضلاع ہے۔

11.3.2 مثلث اور متوازی الاضلاع کے زاویوں کا مجموعہ

مثلث کے زاویوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے

کسی بھی مثلث کے زاویوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔اسے ذیل میں دیے گئے طریقے سے ثابت کیا جا سکتا ہے۔



شکل (a)

ثبوت: فرض کریں ایک مثلث ΔABC ہے۔اب ہمیں دیے گئے بیان کے مطابق ثابت کرنا ہے کہ:

$$m\angle ACB + m\angle ABC + m\angle BAC = 180^\circ$$

مرحلہ 1: قطعہ خط $\overline{BC}$ کے متوازی ایک خط $\overline{ED}$ کھینچیں جیسا کہ شکل (a) میں دکھایا گیا ہے۔

مرحلہ 2: چونکہ خط $\overline{ED}$ اور خط $\overline{BC}$ متوازی ہیں،لہٰذا متوازی خطوط کی خصوصیات کے مطابق:

$$m\angle ACB = m\angle CAD$$
$$m\angle ABC = m\angle BAE$$

مرحلہ 3: دو مساوی زاویوں ($\angle ACB$ اور $\angle CAD$) کو x اور دوسرے دو زاویوں ($\angle ABC$ اور $\angle BAE$) کو y کا نام دیں۔آخر میں $\angle BAC$ کو z کا نام دیں۔

مرحلہ 4: چونکہ زاویے x, y اور z ایک سیدھی لائن کے زاویے کا حصہ ہیں لہٰذا ان کا مجموعہ 180° بنتا ہے۔یعنی

$$m\angle x + m\angle y + m\angle z = 180^\circ$$

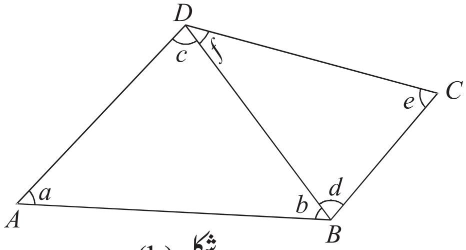
پس ثابت ہوا کہ $m\angle ACB + m\angle ABC + m\angle BAC = 180^\circ$ ہے۔

چوکور کے زاویوں کا مجموعہ 360° ہوتا ہے

ہم جان چکے ہیں کہ مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔آیئے اسی حقیقت سے ثابت کرتے ہیں کہ متوازی الاضلاع کے زاویوں کا مجموعہ 360° ہوتا ہے۔

ثبوت: فرض کریں $ABCD$ ایک چوکور ہے،ہمیں ثابت کرنا ہے کہ

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^\circ$$



شکل (b)

مرحلہ 1: نقطہ B کو نقطہ D سے ملائیں جیسا کہ شکل (b) میں دکھایا گیا ہے۔یہ چوکور کو دو مثلثوں یعنی ΔABD اور ΔBCD میں تقسیم کر دے گا۔

مرحلہ 2: مثلث کے زاویوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے لہٰذا

مثلث ABD میں

$$m\angle a + m\angle b + m\angle c = 180^\circ$$

مثلث BCD میں

$$m\angle d + m\angle e + m\angle f = 180^\circ$$

مرحلہ 3: مندرجہ ذیل طریقے سے متوازی الاضلاع کے تمام زاویوں کو جمع کریں۔

$$m\angle a + m\angle b + m\angle c + m\angle d + m\angle e + m\angle f = 180^\circ + 180^\circ$$

$$m\angle a + (m\angle b + m\angle d) + m\angle e + (m\angle c + m\angle f) = 360^\circ$$

پس ثابت ہوا کہ $m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^\circ$

مشق 11.4

-1 متوازی الاضلاع $MNAR$ بنائیں جس میں:

$m\overline{NA} = 7$ سینٹی میٹر ، $m\overline{MA} = 2.8$ سینٹی میٹر ، $m\overline{MN} = 5$ سینٹی میٹر

-2 متوازی الاضلاع $DGPR$ بنائیں جس میں:

$m\overline{DP} = 6.8$ سینٹی میٹر ، $m\overline{GP} = 1.9$ سینٹی میٹر ، $m\overline{DG} = 5.5$ سینٹی میٹر

-3 متوازی الاضلاع $ABCD$ بنائیں جس میں:

$m\overline{BD} = 8$ سینٹی میٹر ، $m\overline{AB} = 6.5$ سینٹی میٹر ، $m\overline{AD} = 3.1$ سینٹی میٹر

-4 متوازی الاضلاع $VSRT$ بنائیں جس میں:

$m\overline{TS} = 4.8$ سینٹی میٹر ، $m\overline{RT} = 3.6$ سینٹی میٹر ، $m\overline{SR} = 1.5$ سینٹی میٹر

-5 متوازی الاضلاع $DBCO$ بنائیں جس میں:

$m\overline{CO} = 7.7$ سینٹی میٹر ، $m\overline{BO} = 6.6$ سینٹی میٹر ، $m\overline{BC} = 4.4$ سینٹی میٹر

-6 متوازی الاضلاع $MASK$ بنائیں جس میں:

$m\overline{MS} = 5.2$ سینٹی میٹر ، $m\overline{AS} = 6.4$ سینٹی میٹر ، $m\overline{MA} = 3.1$ سینٹی میٹر

اعادہ مشق 11

-1 مندرجہ ذیل سوالوں کے جوابات دیجیے۔

(i) کون سے قطعاتِ خط متماثل قطعاتِ خط کہلاتے ہیں؟

(ii) مثلث کے اندرونی زاویوں کا مجموعہ لکھیں۔

(iii) متماثل الاضلاع مثلث کی تعریف لکھیں۔

(iv) متماثل الساقین مثلث کے برابر لمبائی والے اضلاع کا نام بتائیں۔

(v) متماثل الساقین مثلث میں وتر کے زاویے سے کیا مراد ہوتی ہے؟

-2 خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

(i) ایک ....مثلث بنائی جاسکتی ہے اگر اس کے ایک ضلع کی لمبائی معلوم ہو۔

(ii) دو قطعات خط کا موازنہ اُن کی ....کی پیمائش سے کیا جاتا ہے۔

(iii) ....لمبائی کے قطعات خط متماثل قطعاتِ خط کہلاتے ہیں۔

(iv) تین اضلاع اور تین راسوں والی کثیر الاضلاع ....کہلاتی ہے۔

(v) متوازی الاضلاع کے متقابلہ زاویے......................بھی ہوتے ہیں۔

(vi) متماثل الساقین مثلث کے دو مساوی اضلاع ....کہلاتے ہیں اور تیسرے ضلع کو................کہتے ہیں۔

-3 دُرست جواب پر صحیح کا نشان (✔) لگائیے۔

(i) ایک مثلث میں، اندرونی زاویوں کا مجموعہ ہوتا ہے:

(الف) 90° (ب) 120° (ج) 180° (د) 360°

(ii) متوازی الاضلاع کے اندرونی زاویوں کا مجموعہ ہوتا ہے:

(الف) 120° (ب) 180° (ج) 270° (د) 360°

(iii) ایک متماثل الساقین مثلث کے بازوؤں کا درمیانی زاویہ کہلاتا ہے۔

(الف) راسی زاویہ (ب) قاعدہ کا زاویہ (ج) منفرجہ زاویہ (د) حادہ زاویہ

(iv) دو قطعات $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ متماثل ہوں گے جب کہ:

(الف) $m\overline{AB} > m\overline{CD}$ (ب) $m\overline{AB} < m\overline{CD}$ (ج) $m\overline{AB} = m\overline{CD}$

(د) $m\overline{AB} \neq m\overline{CD}$

4- 9.8 سینٹی میٹر کے قطعہ خط کو 7 متماثل حصوں میں تقسیم کیجیے۔

5- 13.5 سینٹی میٹر لمبے قطعہ خط LM کو 2:3:4 کی نسبت سے تقسیم کیجیے۔

6- ایک متوازی الاضلاع مثلث بنائیے جس کا ارتفاع 3.8 سینٹی میٹر ہو۔

7- ایک متماثل الساقین مثلث بنائیے جس کا ارتفاع 5 سینٹی میٹر اور قاعدے کے زاویے $67\frac{1^\circ}{2}$ ہوں۔

8- ایک متوازی الاضلاع $ABCD$ بنائیے جب کہ:

$m\overline{AC} = 6.6$ سینٹی میٹر ، $m\overline{BC} = 2.4$ سینٹی میٹر ، $m\overline{AB} = 5.4$ سینٹی میٹر

خلاصہ

- برابر لمبائی والے قطعات خط متماثل قطعاتِ خط کہلاتے ہیں۔
- مثلث ایسی کثیر الاضلاع ہے جس کے تین کونے اور تین راس ہوتے ہیں اور اس کے اندرونی زاویوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔
- مثلث کو اس کے احاطے اور اضلاع کے درمیان لمبائیوں کی نسبت کی مدد سے بنایا جا سکتا ہے۔
- متماثل الاضلاع مثلث ایسی مثلث ہے جس کے تینوں اضلاع برابر اور تینوں زاویے متماثل ہوتے ہیں۔
- متماثل الساقین ایسی مثلث ہے جس کے دو اضلاع کی لمبائیاں برابر ہوں اور قاعدے کے متعلقہ زاویے بھی متماثل ہوتے ہیں۔
- متوازی الاضلاع چار کونوں والی ایسی بند شکل ہے جس میں دو متقابلہ اضلاع متوازی اور متماثل ہوتے ہیں۔