

محیط، رقبہ اور حجم

تدریسی مقاصد

اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلباء و طالبات اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- π کو دائرے کے محیط اور قطر میں نسبت کے طور پر بیان کریں۔
- کلیے کے استعمال سے دائرے کا محیط معلوم کریں۔
- دائروں کے علاقے کا رقبہ کلیے سے معلوم کریں۔
- کلیے کے استعمال سے سلنڈر کی سطح کا رقبہ معلوم کریں۔
- کلیے استعمال کرتے ہوئے سلنڈر نما علاقے کا رقبہ معلوم کریں۔
- روزمرہ زندگی سے عبارتی سوالات ان کے متعلق حل کریں:

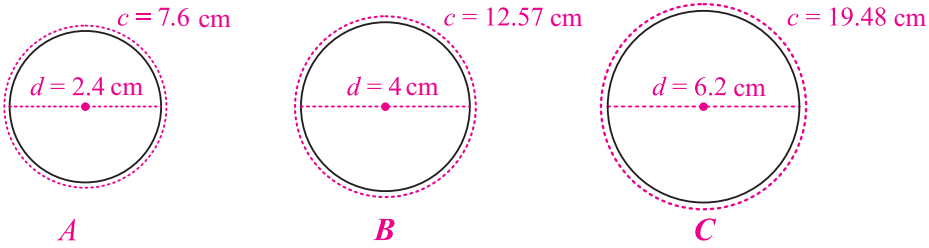
دائروں کے علاقے کا محیط اور رقبہ

سلنڈر کا حجم اور اس کی سطح کا رقبہ

12.1.1 π کو دائرے کے محیط اور قطر میں نسبت کے طور پر بیان کرنا

کسی دائرے کے کنارے کی پیمائش اُس دائرے کا محیط کہلاتا ہے۔ اسے دائرے کا احاطہ بھی کہہ سکتے ہیں۔ کسی بھی دائروں کی چیز مثلاً سکہ کا محیط معلوم کرنے کے لیے اس کے گرد چمکنے والی ٹیپ لپیٹیں۔ حتیٰ کہ ٹیپ کا اختتامی سرا آ کر ابتدائی سرے سے مل جائے۔ اب ٹیپ اُتار کر کسی ہموار سطح پر چمکا دیں اور دائروں کی چیز کے محیط کو معلوم کرنے کے لیے ٹیپ کی لمبائی کی پیمائش کر لیں۔

دی گئی اشکال کو دیکھتے ہیں جن کا محیط اور قطر اوپر دیے گئے طریقے سے معلوم کیا گیا ہے۔



یہاں ہم اوپر دیے گئے دائروں کے قطر اور محیط کے درمیان نسبت $\frac{c}{d}$ کی قیمت معلوم کرنے سے معلوم کر سکتے ہیں جب کہ "c" سے مراد محیط اور "d" سے مراد دائروں A، B، C کا قطر ہے جو کہ مندرجہ ذیل جدول میں دیا گیا ہے۔

دائرے	محیط (c)	قطر (d)	نسبت (c/d)
A	7.6	2.4	3.1666
B	12.57	4	3.1425
C	19.48	6.2	3.1419

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ محیط اور قطر کے درمیان نسبت قریباً یکساں ہے۔ اس مستقل کو ہم یونانی علامت π سے ظاہر کرتے ہیں جس کی قیمت قریباً $\frac{22}{7}$ یا 3.14 کے برابر ہے۔

لہذا ہم اوپر دیے گئے بیان کو اس طرح لکھ سکتے ہیں:

$$\frac{\text{محیط (c)}}{\text{قطر (d)}} = \pi$$

یا پھر ہم اسے اس طرح سادہ طریقے سے لکھ سکتے ہیں:

$$\frac{c}{d} = \pi$$

$$c = d\pi$$

پس

$$d = 2r$$

ہم جانتے ہیں کہ: $d = 2r$

$$c = 2\pi r$$

اس لیے

پس $c = d\pi$ یا $2\pi r$ جب کہ c محیط، d قطر اور r رداس ہے۔

12.1.2 کلیے سے دائرے کا محیط معلوم کرنا

مثال 1: 3.2 سینٹی میٹر قطر والے دائرے کا محیط معلوم کیجیے۔

حل: قطر $(d) = 3.2$ سینٹی میٹر ، محیط $(c) = ?$

$$c = d\pi$$

کلیہ استعمال کرنے سے

$$c = 3.2 \times \frac{22}{7} = 10.06 \text{ سینٹی میٹر (دو ہندسے اعشاریہ تک)}$$

مثال 2: ایک دائرے کا رداس 4.7 سینٹی میٹر ہے۔ اس کا محیط معلوم کیجیے۔

حل: رداس $(r) = 4.7$ سینٹی میٹر ، محیط $(c) = ?$

$$c = 2\pi r$$

کلیہ استعمال کرنے سے

$$c = 2 \times \frac{22}{7} \times 4.7 = 29.54 \text{ سینٹی میٹر (دو ہندسے اعشاریہ تک)}$$

مثال 3: ایک دائرے کا محیط 418 سینٹی میٹر ہے۔ اس کا قطر اور رداس معلوم کیجیے۔

حل: محیط $(c) = 418$ سینٹی میٹر ، رداس $(r) = ?$ ، قطر $(d) = ?$

$$c = 2\pi r$$

(i) کلیہ استعمال کرنے سے

$$r = \frac{c}{2\pi} = \frac{418 \times 7}{2 \times 22} = 66.5 \text{ سینٹی میٹر}$$

$$r = 66.5 \text{ سینٹی میٹر}$$

$$c = \pi d$$

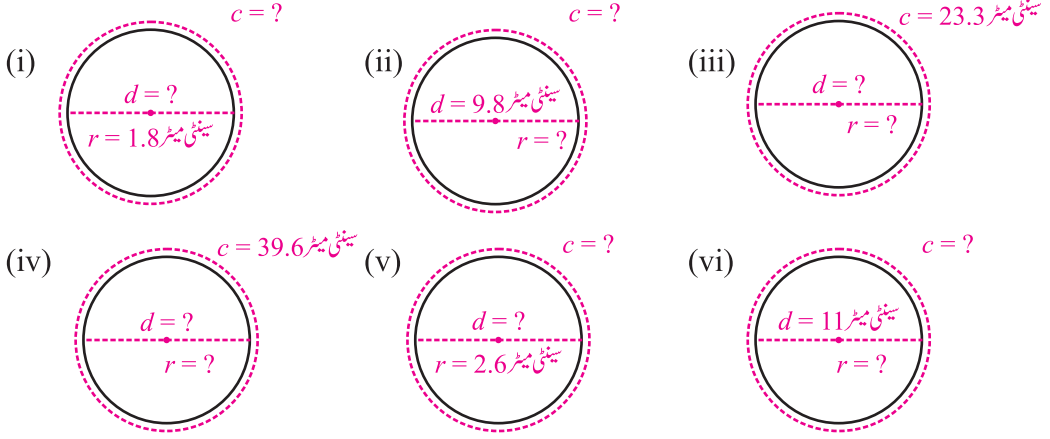
(ii) کلیہ استعمال کرنے سے

$$d = \frac{c}{\pi} = \frac{418 \times 7}{22} = 133 \text{ سینٹی میٹر}$$

$$d = 133 \text{ سینٹی میٹر}$$

مشق 12.1

1- نامعلوم مقدار میں معلوم کیجیے جبکہ $\pi = \frac{22}{7}$ ۔



2- ایک دائرے کا قطر 11.6 سینٹی میٹر ہے۔ دائرے کا محیط معلوم کیجیے۔

3- ایک دائرے کا رداس 9.8 سینٹی میٹر ہے۔ دائرے کا محیط معلوم کیجیے۔

4- ایک دائرے کا محیط 1.54 سینٹی میٹر ہے۔ دائرے کا رداس اور قطر معلوم کیجیے۔ (جبکہ $\pi = \frac{22}{7}$)

5- ایک دائرے کے علاقے کا محیط 19.5 سینٹی میٹر ہے۔ اس کا قطر اور رداس معلوم کیجیے۔ (جبکہ $\pi = 3.14$)

12.1.2 دائرے کے علاقے کا رقبہ

کسی دائرے کے علاقے کا رقبہ اس کے اندر مربع اکائیوں کی تعداد ہوتی ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ اگر کسی مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی معلوم ہو تو مندرجہ ذیل کلیے سے اس مستطیل کا رقبہ معلوم کیا جاسکتا ہے:

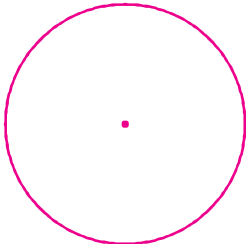
$$\text{چوڑائی} \times \text{لمبائی} = \text{مستطیل کا رقبہ}$$

آئیے اسی کلیے سے دائرے کا رقبہ معلوم کرتے ہیں۔ وضاحت کے لیے کسی مناسب

رداس کا دائرہ لیں جیسا کہ شکل (a) میں دکھایا گیا ہے۔

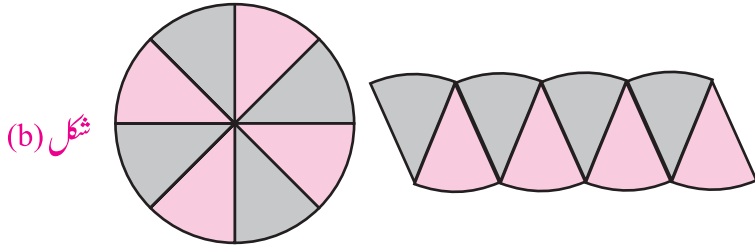
اب ہم دائرے کو 8، 16، 32 یا برابر حصوں میں تقسیم کرتے ہیں اور نیچے دیے گئے

طریقے کے مطابق ان کو دوبارہ ترتیب دیتے ہیں۔

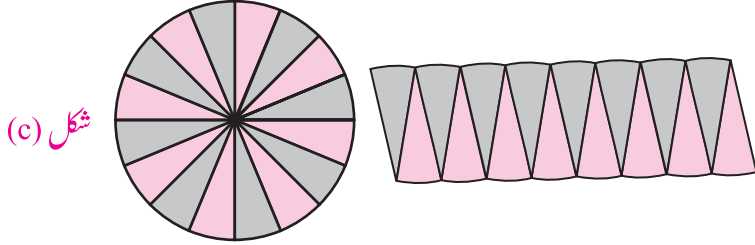


شکل (a)

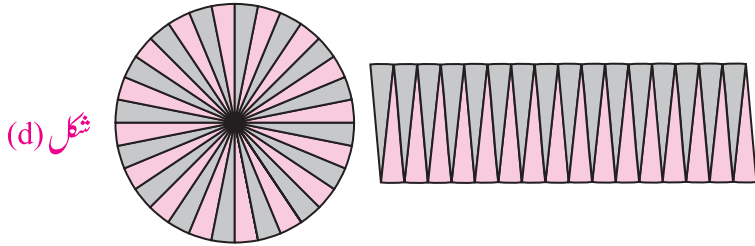
(i) اگر ہم اس دائرے کو 8 برابر حصوں میں تقسیم کریں اور ان کو دوبارہ ترتیب دیں تو ہمیں شکل (b) حاصل ہوگی۔



(ii) اگر ہم دائرے کو 16 برابر حصوں میں تقسیم کریں اور ان کو دوبارہ ترتیب دیں تو ہمیں شکل (c) حاصل ہوگی۔



(iii) اگر ہم دائرے کو 32 برابر حصوں میں تقسیم کریں اور ان کو دوبارہ ترتیب دیں تو ہمیں شکل (d) حاصل ہوگی۔



ان اشکال پر غور کرنے سے ہم دیکھتے ہیں کہ یہ اشکال متوازی الاضلاع ہیں۔ جن میں آدھے قطعے کے کنارے اوپر کی طرف اور آدھے قطعے کے کنارے نیچے کی طرف ہیں اور یہ ایک دوسرے سے متصل ہیں۔ اگر ہم اسی طرح دائروں کے علاقے کو مزید قطعے میں تقسیم کرتے رہیں تو یہ شکل مکمل طور پر مستطیل میں تبدیل ہو جائے گی۔ دوسری صورت میں اگر ہم آخری قطعے کو دو برابر حصوں میں تقسیم کریں اور انہیں مستطیل کے دونوں کناروں پر رکھ دیں تو ہمیں یہی مستطیل حاصل ہوتی ہے۔ اس صورت میں ہمیں مستطیل کی لمبائی حاصل ہوتی ہے جو دائرے کے محیط کا نصف ہے۔ $\left(\frac{2\pi r}{2}\right)$ اور دائرے کے رداس کے برابر مستطیل کی چوڑائی ہے۔ مستطیل کی لمبائی محیط کا نصف ہے کیوں کہ آدھے قطعے اوپر کی طرف اور آدھے نیچے کی طرف ہیں اور ان قطعے کی کل لمبائی دائرے کے محیط کے برابر ہے۔

$$\begin{aligned} \text{مستطیل کی لمبائی} &= \frac{1}{2} (\text{دائرے کا محیط}) \\ &= \frac{1}{2} (2\pi r) = \pi r \\ \text{مستطیل کی چوڑائی} &= \text{دائرے کا رداس} = r \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{دائرے کے علاقے کا رقبہ} &= \text{مستطیل کا رقبہ} \\ &= \text{چوڑائی} \times \text{لمبائی} \\ &= \pi r \times r = \pi r^2 \end{aligned}$$

اس لیے:

$$\text{دائرے کے علاقے کا رقبہ} = \pi r^2$$

مثال 1: دائرے کا رداس 14.3 سینٹی میٹر ہے۔ دائرے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل: سینٹی میٹر میں $r = 14.3$ ، دائرے کا رقبہ = ؟

$$\begin{aligned} \text{دائرے کا رقبہ} &= \pi r^2 && \text{کلیہ استعمال کرنے سے} \\ &= \left(\frac{22}{7} \times 14.3 \times 14.3 \right) \text{ مربع سینٹی میٹر} \\ &= 642.68 \text{ مربع سینٹی میٹر} \end{aligned}$$

مثال 2: ایک دائرے کا رقبہ 172.1 سینٹی میٹر ہے۔ دائرے کا محیط معلوم کیجیے۔

حل: مربع سینٹی میٹر میں $172.1 = \text{دائرے کا رقبہ}$ ، محیط = ؟

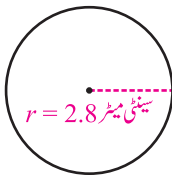
ہم جانتے ہیں کہ محیط $= 2\pi r$ ، اور ہم دائرے کے رقبے سے اس کا رداس معلوم کر سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \text{دائرے کا رقبہ} &= \pi r^2 \\ 172.1 &= \frac{22}{7} r^2 \\ r^2 &= \frac{172.1 \times 7}{22} \text{ مربع سینٹی میٹر} \\ r^2 &= 54.76 \text{ مربع سینٹی میٹر} \\ r &= 7.4 \text{ سینٹی میٹر} \\ c &= 2\pi r \quad \text{پس} \\ \text{محیط (c)} &= 2 \times \frac{22}{7} \times 7.4 = 46.51 \text{ سینٹی میٹر} \end{aligned}$$

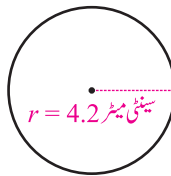
مشق 12.2

1- مندرجہ ذیل میں سے ہر دائرے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

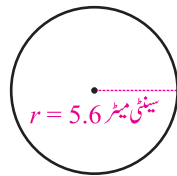
(i)

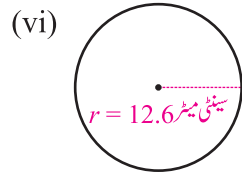
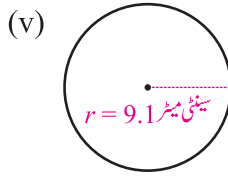
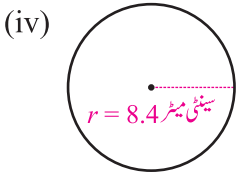


(ii)



(iii)





2- ایک دائرے کا رقبہ معلوم کیجیے جس کا محیط 31.43 سینٹی میٹر ہو۔

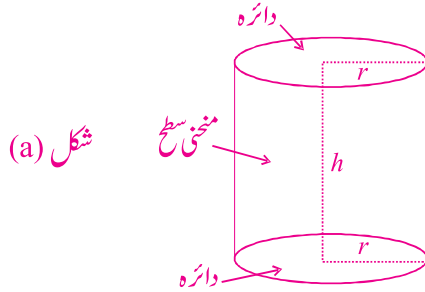
3- ایک دائرے کا رداس 6.3 سینٹی میٹر ہے۔ دائرے کا رقبہ اور محیط معلوم کیجیے۔

4- ایک دائرے کا محیط 26.4 سینٹی میٹر ہے۔ دائرے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

5- دائرے کا محیط معلوم کیجیے جب کہ اس کا رقبہ 38.5 مربع میٹر ہے۔

12.1 سلنڈر

ہم اپنی روزمرہ زندگی میں سلنڈر کی شکل سے واقف ہیں۔ مشروبات کے ٹین کے ڈبے، پائپ اپیل کی قاشوں کی بوتل، گھی کے ٹین، تیل کے ڈرم، کیمیکلز کے ڈرم، مختلف قسم کے پائپ اور سلاخیں، سب ہی سلنڈر کی مثالیں ہیں۔ مزید تفصیل کے لیے ہم سلنڈر کی مندرجہ ذیل شکل (a) کا معائنہ کرتے ہیں۔



دی گئی شکل (a) سے ہم دیکھ سکتے ہیں کہ سلنڈر ایک ایسا ٹھوس جسم ہے جو تین سطحوں پر مشتمل ہے۔ دو سطحیں دائروی ہیں اور ایک سطح منحنی ہے۔ ہم دیکھ سکتے ہیں کہ سلنڈر کے دو دائروی علاقے ایک دوسرے کے متوازی ہیں اور دائروں کا محیط منحنی سطح کی چوڑائی کے برابر ہے۔ منحنی سطح کی لمبائی سلنڈر کی بلندی کہلاتی ہے جسے "h" سے ظاہر کیا جاسکتا ہے جب کہ ہم پہلے سے جانتے ہیں کہ "r" دونوں دائروں کا رداس ہے اور "d" قطر ہے۔ یعنی:

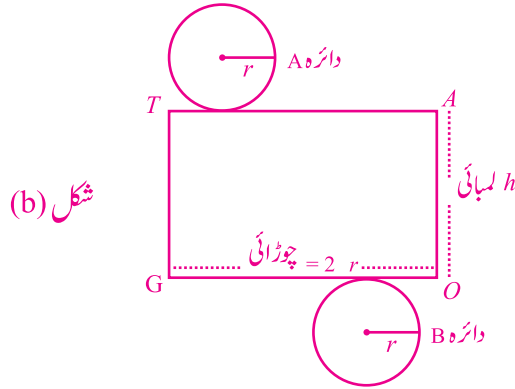
$$rdas = r, \quad قطر = d, \quad بلندی = h$$

12.2.1 سلنڈر کی سطح کا رقبہ

ہم پہلے ہی مستطیل اور دائرے کا رقبہ معلوم کرنے کے کلیے سیکھ چکے ہیں جو نیچے دیے گئے ہیں:

$$\begin{aligned} \text{مستطیل کا رقبہ} &= \text{چوڑائی} \times \text{لمبائی} \\ \text{دائرے کا رقبہ} &= \pi r^2 \end{aligned}$$

یہاں ہم یہی فارمولے سلنڈر کی سطح کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے استعمال کریں گے۔ ہم جانتے ہیں کہ سلنڈر تین سطحوں کا مجموعہ ہوتا ہے (دو دائرے اور ایک منحنی سطح) جیسے جس کو دی گئی شکل (b) کے مطابق کھولنے سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔



شکل (b) سے ہم سلنڈر کی تین سطحیں دیکھ سکتے ہیں۔ اس میں دائرہ A چوٹی پر ہے اور دائرہ B سلنڈر کا پینڈہ ہے جب کہ مستطیل GOAT منحنی سطح ہے جسے اگر ہم لپیٹیں اور اس کے دونوں کنارے GT اور OA ملائیں تو منحنی سطح دوبارہ حاصل ہو جاتی ہے۔ اب ہم سلنڈر کی سطح کا رقبہ دائروں A اور B اور منحنی سطح GOAT کے رقبوں کو جمع کرنے سے معلوم کر سکتے ہیں۔ جیسا کہ ذیل میں دیا گیا ہے۔

$$\begin{aligned} \text{مستطیل کی چوڑائی} &= \text{دائرے کا محیط} = 2\pi r \\ \text{مستطیل کی لمبائی} &= h \\ \text{مستطیل GOAT کا رقبہ} &= \text{لمبائی} \times \text{چوڑائی} \\ &= h \times 2\pi r = 2\pi rh \end{aligned}$$

ہم جانتے ہیں کہ

$$\begin{aligned} \text{منحنی سطح کا رقبہ} &= \text{مستطیل GOAT کا رقبہ} \\ \text{منحنی سطح کا رقبہ} &= 2\pi rh && \text{لہذا} \\ \text{دائرہ A کا رقبہ} &= \pi r^2 \\ \text{دائرہ B کا رقبہ} &= \pi r^2 \\ \text{دونوں دائروں کا رقبہ} &= \pi r^2 + \pi r^2 = 2\pi r^2 \\ \text{سلنڈر کی سطح کا رقبہ} &= \text{منحنی سطح کا رقبہ} + \text{دونوں دائروں کا رقبہ} && \text{پس} \\ &= 2\pi rh + 2\pi r^2 \\ &= 2\pi r (h + r) \end{aligned}$$

مثال 1: ایک سلنڈر کی سطح کا رقبہ معلوم کریں جس کی لمبائی 18.5 سینٹی میٹر اور رداس 3.2 سینٹی میٹر ہے۔

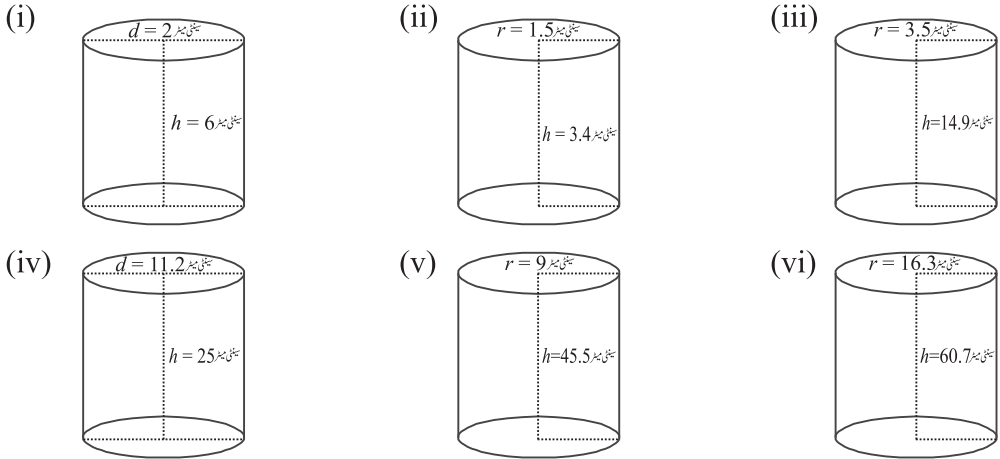
حل: سینٹی میٹر $(r) = 3.2$ ، سینٹی میٹر $(h) = 18.5$ لمبائی
 سلنڈر کی سطح کا رقبہ = ؟

فارمولا استعمال کرنے سے

$$\begin{aligned} \text{سلنڈر کی سطح کا رقبہ} &= 2\pi r(h + r) \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.2 (18.5 + 3.2) \text{ مربع سینٹی میٹر} \\ \text{سلنڈر کی سطح کا رقبہ} &= (2 \times \frac{22}{7} \times 3.2 \times 21.7) = 436.48 \text{ مربع سینٹی میٹر} \end{aligned}$$

مشق 12.3

1- دیے گئے سلنڈروں کی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔



2- ایک سلنڈر کا رداس 1.4 سینٹی میٹر اور لمبائی 5.2 سینٹی میٹر ہے۔ سلنڈر کی سطح کا رقبہ معلوم کریں۔

3- 7.4 سینٹی میٹر لمبے اور 3.1 سینٹی میٹر رداس والی لوہے کی سلاخ کی سطح کا رقبہ معلوم کریں۔

4- ایک سلنڈر 5 میٹر لمبا ہے اور اس کا رداس 5.3 سینٹی میٹر ہے۔ منحنی سطح کا رقبہ معلوم کریں۔

5- ایک سلنڈر کا قطر 18.5 سینٹی میٹر اور اس کی لمبائی 6.1 میٹر ہے۔ منحنی سطح کا رقبہ معلوم کریں۔

12.2.2 سلنڈر کا حجم

ہم جانتے ہیں کہ کسی مکعب نما کا حجم معلوم کرنے کے لیے ہم تین اطراف کی پیمائشیں استعمال کرتے ہیں اور کسی مکعب نما کا حجم معلوم کرنے کا فارمولا ہے:

$$\text{اُونچائی} \times \text{چوڑائی} \times \text{لمبائی} = \text{حجم}$$

اب حجم کا اُپر دیا گیا فارمولا استعمال کرتے ہوئے ہم سلنڈر کا حجم معلوم کرنے کے لیے ایک اور فارمولا دریافت کریں گے۔
سلنڈر کا حجم معلوم کرنے کا فارمولا دریافت کرنے کے لیے ہم مندرجہ ذیل دو طریقے استعمال کر سکتے ہیں۔

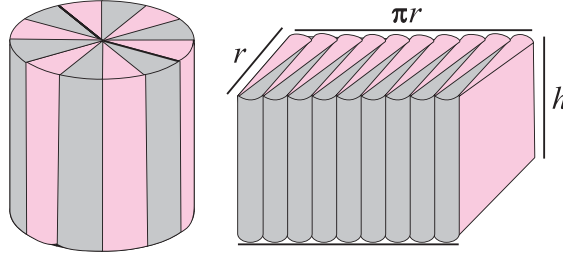
- مکعب نمائنانے سے
- سٹکے جوڑنے سے

آئیے ایک ایک کر کے ان پر بات کرتے ہیں۔

• مکعب نمائنانے سے

’دائرے کا رقبہ‘ کے عنوان کے تحت ہم پہلے ہی جان چکے ہیں کہ کسی دائرے کو بہت سے مگر جفت قطعات میں تقسیم کرتے ہیں اور انہیں ہدایات کے مطابق دوبارہ ترتیب دیتے ہیں تو ہمیں ایک مستطیل حاصل ہوتی ہے جس کی لمبائی دائرے کے محیط $(2\pi r)$ کا نصف ہوتی ہے اور چوڑائی دائرے کے رداس (r) کے برابر ہوتی ہے۔ تب ہم مستطیل کے رقبہ کے فارمولے کی مدد سے دائرے کا رقبہ معلوم کرتے ہیں۔

اسی طرح ہم اُپر دیے گئے طریقے کو ایک سلنڈر پر لاگو کر سکتے ہیں مگر جب ہم ایک سلنڈر کو جفت تعداد میں مساوی قطعات میں تقسیم کرتے ہیں تو ایک مکعب نما حاصل ہوتا ہے جیسا کہ مندرجہ ذیل شکل میں دکھایا گیا ہے۔



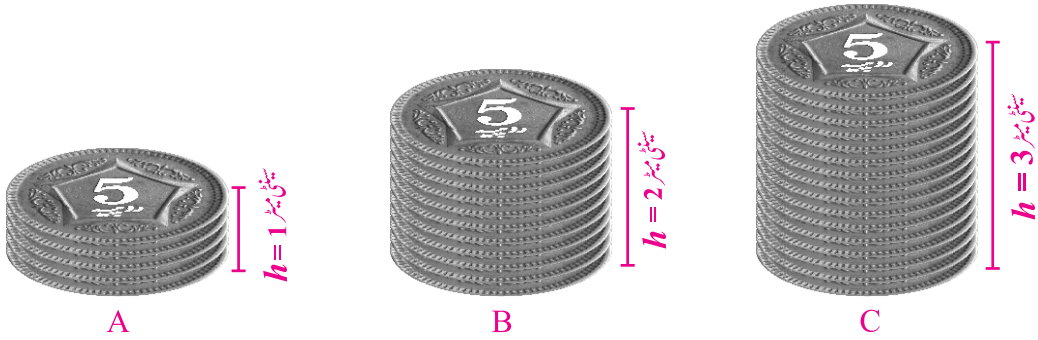
اُپر دی گئی شکل سے ہم مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ مکعب نما کی لمبائی دائرے کے محیط $(2\pi r)$ کا نصف ہے، اونچائی (h) سلنڈر کی لمبائی کے برابر ہے اور چوڑائی دائرے کے رداس کے برابر ہے۔ پس ہم مکعب نما کا حجم معلوم کر سکتے ہیں جو سلنڈر کے حجم کے برابر ہوگا جیسا کہ ذیل میں دیا گیا ہے۔

$$\begin{aligned}
 \text{مکعب نما کی لمبائی} &= \text{محیط کا نصف} \\
 \text{لمبائی} &= \frac{1}{2} (2\pi r) = \pi r \\
 \text{مکعب نما کی چوڑائی} &= \text{دائرے کے رداس} \\
 \text{چوڑائی} &= r \\
 \text{مکعب نما کی اونچائی} &= \text{سلنڈر کی لمبائی} \\
 \text{اونچائی} &= h
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{سلنڈر کا حجم} &= \text{مکعب نما کا حجم} \\
&= \text{اُونچائی} \times \text{چوڑائی} \times \text{لمبائی} \\
&= \pi r \times r \times h \\
\text{حجم} &= \pi r^2 h
\end{aligned}$$

○ سکے اوپر نیچے جوڑنے سے

5 روپے والے 5 سکوں کو اوپر نیچے جوڑیں اس سے ہمیں 1 سینٹی میٹر اُونچائی والا ایک سلنڈر حاصل ہوگا جیسا کہ نیچے دیا گیا ہے۔ (ہم اس پیمائش کی پڑتال 5 روپے والے 5 سکے جوڑنے سے کر سکتے ہیں) اسی طرح 10 اور 15 سکے جوڑ کر دو مزید ڈھیریاں بنائیں۔ جن سے ہمیں بالترتیب 2 سینٹی میٹر اور 3 سینٹی میٹر کے سلنڈر حاصل ہوں گے۔ انہیں شکل کے مطابق B اور C کا نام دیں۔



فرض کریں کہ سکوں کا رداس r ہے تو دائروں کے علاقے کا رقبہ πr^2 ہوگا یعنی:

$$\text{دائروں کے علاقے کا رقبہ} = \pi r^2 = \text{چوڑائی} \times \text{لمبائی}$$

جب کہ سینٹی میٹر 3، سینٹی میٹر 2، سینٹی میٹر 1 = اُونچائی

اوپر دی گئی معلومات کو استعمال میں لاتے ہوئے ہم باری باری سلنڈر A، B اور C کا حجم معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
\text{سلنڈر A کا حجم} &= \text{اُونچائی} \times (\text{چوڑائی} \times \text{لمبائی}) \\
&= \text{مکعب سینٹی میٹر} = \pi r^2 \times 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{سلنڈر B کا حجم} &= \text{اُونچائی} \times (\text{چوڑائی} \times \text{لمبائی}) \\
&= \text{مکعب سینٹی میٹر} = 2\pi r^2 \times 2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{سلنڈر C کا حجم} &= \text{اُونچائی} \times (\text{چوڑائی} \times \text{لمبائی}) \\
&= \text{مکعب سینٹی میٹر} = 3\pi r^2 \times 3
\end{aligned}$$

ہم فرض کرتے ہیں کہ ہم کچھ سکوں کو جوڑ کر h اُونچائی والا ایک سلنڈر بناتے ہیں جس کا حجم ہوگا:

$$\begin{aligned}\text{اُونچائی} \times (\text{چوڑائی} \times \text{لمبائی}) &= \text{سلنڈر کا حجم} \\ &= (\pi r^2 \times h) \\ \text{حجم} &= \pi r^2 h\end{aligned}$$

پس

مثال 1: ایک سلنڈر کا حجم معلوم کیجیے جس کی اُونچائی 18.5 سینٹی میٹر اور رداس 4.2 سینٹی میٹر ہو۔

$$\text{حجم} (v) = ? , \text{سینٹی میٹر} (h) = 18.5 , \text{سینٹی میٹر} (r) = 4.2 \text{ رداس}$$

حل:

$$\text{حجم} (v) = \pi r^2 h$$

فارمولا استعمال کرنے سے

$$= \left(\frac{22}{7} \times 4.2 \times 4.2 \times 18.5\right) \text{ مکعب سینٹی میٹر}$$

$$= 1025.64 \text{ مکعب سینٹی میٹر}$$

مثال 2: ایک سلنڈر کی اُونچائی معلوم کیجیے جس کا حجم 3168 مکعب سینٹی میٹر اور رداس 6 سینٹی میٹر ہو۔

$$\text{حجم} (v) = 3168 , \text{سینٹی میٹر} (h) = ? , \text{سینٹی میٹر} (r) = 6 \text{ رداس}$$

حل:

$$\text{حجم} (v) = \pi r^2 h$$

فارمولا استعمال کرنے سے

$$h = \frac{\text{حجم}}{\pi r^2} = \left(\frac{3168 \times 7}{22 \times 6 \times 6}\right) \text{ سینٹی میٹر}$$

$$\text{اُونچائی} = 28 \text{ سینٹی میٹر}$$

مثال 3: ایک سلنڈر کا رداس معلوم کیجیے جب کہ اس کی اُونچائی 14 سینٹی میٹر اور حجم 891 مکعب سینٹی میٹر ہو۔

$$\text{حجم} (v) = 891 , \text{سینٹی میٹر} (h) = 14 , \text{رداس} (r) = ?$$

حل:

$$\text{حجم} (v) = \pi r^2 h$$

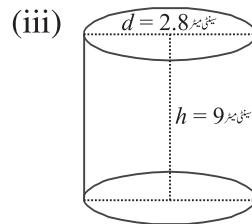
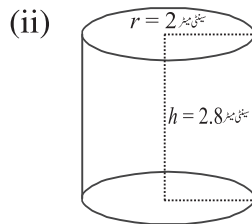
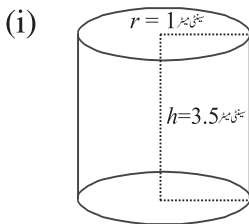
فارمولا استعمال کرنے سے

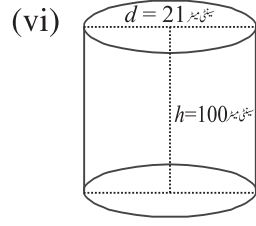
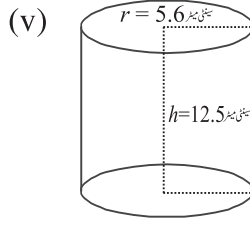
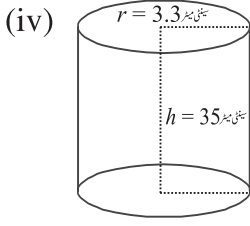
$$r^2 = \frac{\text{حجم}}{\pi h} = \left(\frac{891 \times 7}{22 \times 14}\right) \text{ مربع سینٹی میٹر}$$

$$r = \sqrt{20.25} \text{ سینٹی میٹر} = 4.5 \text{ سینٹی میٹر}$$

مشق 12.4

1- نیچے دیے گئے سلنڈروں کا حجم معلوم کیجیے۔





- 2- ایک سلنڈر کا حجم معلوم کیجیے جس کی اونچائی 9.8 سینٹی میٹر اور رداس 5.6 سینٹی میٹر ہے۔
 3- ایک سلنڈر کا حجم 311.85 مکعب سینٹی میٹر اور اونچائی 10 سینٹی میٹر ہے۔ سلنڈر کے دائروں کے علاقے کا رداس معلوم کیجیے۔
 4- سلنڈر کا رداس 7 سینٹی میٹر اور اس کا حجم 2233 مکعب سینٹی میٹر ہے۔ سلنڈر کی اونچائی معلوم کیجیے۔
 5- سلنڈر کا رداس معلوم کیجیے جب کہ اس کی اونچائی 9.2 سینٹی میٹر ہو اور اس کا حجم 5667.2 مکعب سینٹی میٹر ہو۔

12.2.3 روزمرہ زندگی کے عبارتی سوالات

دائرے کے محیط اور رقبہ سے متعلق روزمرہ زندگی کے عبارتی سوالات

مثال 1: کار کے پہیے کا رداس 0.28 میٹر ہے۔ 880 میٹر کا فاصلہ طے کرنے کے لیے کار کے پہیوں کو کتنے چکر کاٹنا ہوں گے؟

حل: کار کے پہیوں کے ایک چکر کاٹنے سے 1.76 میٹر کا فاصلہ طے کرے گی۔ پس

$$\begin{aligned} \text{محیط } (c) &= 2\pi r \\ c &= 2\pi \times 0.28 \\ c &= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.28 \\ c &= 1.76 \end{aligned}$$

$$\text{چکر کا 1 = کار کا 1.76 میٹر طے کردہ فاصلہ}$$

$$\text{چکر کا 500 = } \frac{1}{1.76} \times 880 = 500 \text{ چکر کا 880 میٹر طے کردہ فاصلہ}$$

مثال 2: احمد کی سائیکل کے پہیے کا قطر 0.72 میٹر ہے۔ احمد سکول سے گھر آتا ہے تو پہیہ 750 چکر مکمل کرتا ہے۔ سکول اور گھر کے درمیان فاصلہ معلوم کیجیے۔

حل: احمد کی سائیکل کے پہیے کا قطر 0.72 میٹر ہے۔

$$\begin{aligned} \text{محیط } (c) &= \pi d \\ c &= \pi \times 0.72 \\ &= \frac{22}{7} \times 0.72 = 2.26 \end{aligned}$$

$$1 \text{ چکر میں طے کردہ فاصلہ} = 2.26$$

$$750 \text{ چکروں میں طے کردہ فاصلہ} = 2.26 \times 750 = 1695$$

مثال 3: ایک کلاک کی منٹ کی سوئی 3.5 سینٹی میٹر لمبی ہے۔ سوئی کی نوک کا 3 گھنٹوں میں طے کردہ فاصلہ بتائیے۔
حل:

$$c = 2\pi r \quad \text{فارمولا استعمال کرنے سے}$$

$$= (2 \times \frac{22}{7} \times 3.5) \text{ سینٹی میٹر}$$

ہم جانتے ہیں کہ ایک گھنٹے میں منٹ والی سوئی ایک چکر مکمل کرتی ہے۔ پس

$$\text{ایک گھنٹے میں منٹ والی سوئی کا طے کردہ فاصلہ} = 22 \text{ سینٹی میٹر}$$

$$3 \text{ گھنٹوں میں منٹ والی سوئی کی نوک کا طے کردہ فاصلہ} = 3 \times 22 = 66 \text{ سینٹی میٹر}$$

مثال 4: ایک دائروں فرس کا محیط 55 میٹر ہے۔ فرس کا رقبہ معلوم کیجیے اور مزید 90 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے فرس لگوانے کی کیا لاگت ہوگی؟
حل:

$$c = 55 \text{ میٹر}, \text{ فرس کا رقبہ} = ?$$

$$c = 2\pi r$$

$$r = \frac{c}{2\pi}$$

$$\text{دائروں فرس کا رداس} = \left(\frac{55 \times 7}{2 \times 22} \right) = 8.75 \text{ میٹر}$$

اب ہم فرس کا رقبہ معلوم کرتے ہیں۔

$$\text{دائروں علاقے کا رقبہ} = \pi r^2$$

$$= \left(\frac{22}{7} \times 8.75 \times 8.75 \right) = 240.62 \text{ مربع میٹر}$$

$$1 \text{ مربع میٹر کی لاگت} = 90 \text{ روپے}$$

$$240.62 \text{ مربع میٹر کی لاگت} = (90 \times 240.62) = 21655.8 \text{ روپے}$$

مشق 12.5

1- عرفان کی موٹر سائیکل کے پہیے کا قطر 0.7 میٹر ہے۔ دفتر سے گھر آتے ہوئے یہ پہیہ 1800 چکر مکمل کرتا ہے۔ عرفان کے گھر اور دفتر کے درمیان کا فاصلہ معلوم کیجیے۔

2- ٹرک کے ایک پہیے کا رداس 0.55 میٹر ہے۔ معلوم کیجیے کہ 1500 چکروں میں پہیہ کتنا فاصلہ طے کرے گا؟

3- ایک گھڑی کی منٹ والی سوئی کا رداس 1.75 سینٹی میٹر ہے۔ معلوم کیجیے کہ 165 سینٹی میٹر کا فاصلہ طے کرنے کے لیے منٹ والی سوئی کو کتنے گھنٹے درکار ہوں گے؟

4- ایک گھڑی کی گھنٹے والی سوئی کا رداس 1.2 سینٹی میٹر ہے۔ 24 گھنٹوں میں گھنٹے والی سوئی کی نوک کا طے کردہ فاصلہ معلوم کیجیے۔ (اشارہ: گھنٹے والی سوئی 12 گھنٹے میں ایک چکر مکمل کرتی ہے۔)

5- ایک دائروی باغ کا رداس 24.5 میٹر ہے۔ 1.75 روپے فی میٹر کے حساب سے باغ کے گرد باڑ لگانے کا خرچ معلوم کیجیے۔

6- ایک دائروی کمرے کا قطر 4.2 میٹر ہے۔ 150 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے فرش لگانے کا خرچ معلوم کیجیے۔

7- 5 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے دائروی پارک میں گھاس کی کٹائی کی لاگت معلوم کریں جب کہ پارک کا رداس 105 میٹر ہو۔

8- ایک دائروی تالاب کا رداس 10.5 میٹر ہے۔ 180 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے تالاب کے فرش پر ٹائلیں لگانے کا خرچ معلوم کیجیے۔

9- ایک دائروی کھیل کے میدان کا قطر 21 میٹر ہے۔ 230 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے کھیل کے میدان کے فرش کی مرمت نیز اس کے گرد 75 روپے فی میٹر کے حساب سے باڑ لگانے کی لاگت معلوم کیجیے۔

• سلنڈر کی سطح کے رقبہ اور حجم سے متعلق روزمرہ زندگی کے عبارتی سوالات حل کرنا

مثال 1: سٹیل کے ایک پائپ کی لمبائی 2.1 میٹر اور رداس 8 سینٹی میٹر ہے۔ اگر پائپ دونوں جانب سے کھلا ہو تو اس کی سطح کا رقبہ معلوم کریں۔
حل: پائپ میں صرف منحنی سطح ہے لہذا:

$$\begin{aligned} \text{لمبائی } (h) &= 2.1 \text{ میٹر} = (2.1 \times 100) = 210 \text{ میٹر} \\ \text{رداس } (r) &= 8 \text{ سینٹی میٹر} \\ \text{منحنی سطح کا رقبہ} &= ? \\ \text{منحنی سطح کا رقبہ} &= 2\pi rh \quad \text{فارمولا استعمال کرنے سے} \\ &= \left(2 \times \frac{22}{7} \times 8 \times 210\right) = 10560 \text{ مربع سینٹی میٹر} \end{aligned}$$

مثال 2: تیل کے ایک ڈرم کی سطح کا رقبہ معلوم کریں جس کی لمبائی 1.6 میٹر اور قطر 63 سینٹی میٹر ہے۔

$$\begin{aligned} \text{لمبائی } (h) &= 1.6 \text{ میٹر} = (1.6 \times 100) = 160 \text{ سینٹی میٹر} \\ \text{رداس } (r) &= \frac{d}{2} = \frac{63}{2} = 31.5 \text{ سینٹی میٹر} \\ \text{ڈرم کی سطح کا رقبہ} &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{فارمولا استعمال کرنے سے} &= 2\pi r(h + r) \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 31.5 (160 + 31.5) \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 31.5 \times 191.5 \end{aligned}$$

$$\text{مربع سینٹی میٹر کا رقبہ} = 37917$$

مثال 3: تیل کے ایک ڈرم کی اونچائی 250 سینٹی میٹر اور اس کا رداس 70 سینٹی میٹر ہے۔ سلنڈر کی گنجائش یا حجم لٹروں میں معلوم کیجیے۔

حل:

$$\text{سینٹی میٹر } (h) = 250$$

$$\text{رداس } (r) = 70$$

$$\text{تیل کے ڈرم میں لٹروں کی گنجائش} = \text{؟} = \text{حجم}$$

$$\text{فارمولا استعمال کرنے سے} = \pi r^2 h$$

$$= \left(\frac{22}{7} \times 70 \times 70 \times 250\right) \text{ مکعب سینٹی میٹر}$$

$$\text{سلنڈر کا حجم} = 3,850,000 \text{ مکعب سینٹی میٹر}$$

$$\text{مکعب سینٹی میٹر } 1,000 = 1 \text{ لٹر} \quad \text{ہم جانتے ہیں کہ}$$

$$\text{حجم (لٹر)} = \frac{3,850,000}{1,000} \text{ لٹر} = 3,850 \text{ لٹر}$$

مشق 12.6

- 1- سلنڈر شکل کا لکڑی کا ایک ٹکڑا 19.4 سینٹی میٹر لمبا ہے۔ لکڑی کے ٹکڑے کی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے اگر اس کا قطر 14 سینٹی میٹر ہو۔
- 2- ایک مشروب کا ڈبہ 10 سینٹی میٹر لمبا ہے اور اس کا رداس 3.3 سینٹی میٹر ہے۔ ڈبے کی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔
- 3- 22.5 سینٹی میٹر رداس کا ایک دائروں ستون 6.3 سینٹی میٹر لمبا ہے۔ ستون کی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔
- 4- سلنڈر نما کیمیکل کا ایک ڈرم 220.5 سینٹی میٹر لمبا اور اس کا رداس 42 سینٹی میٹر ہے۔ 0.15 روپے فی مربع سینٹی میٹر کے حساب سے ڈرم کو رنگ کرنے کی قیمت معلوم کیجیے۔
- 5- ایک گول تالاب کا رداس 17.5 میٹر اور گہرائی 3 میٹر ہے۔ 120 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے تالاب کی دیواروں پر ٹائل لگانے کی لاگت معلوم کیجیے۔
- 6- ایک گول مسجد کا اندرونی قطر 31.5 میٹر ہے اور دیواروں کی بلندی 7 میٹر ہے۔ 19 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے مسجد کی گول دیوار پر سیمنٹ لگانے کا خرچ معلوم کیجیے۔

- 7 سلنڈر شکل کا ایک پانی کا ٹینک 7.7 میٹر بلند ہے اور اس کا اندرونی رداس 5 میٹر ہے۔ 500 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے اس کے اندر پتھر لگانے کا خرچ معلوم کیجیے۔
- 8 تیل کے ڈرم کی اونچائی معلوم کیجیے جب کہ اس کا حجم 12,474 مکعب میٹر اور رداس 6.3 میٹر ہو۔
- 9 سلنڈر نما کا ایک ٹین کا ڈبہ 77 سینٹی میٹر اونچا ہے اور اس کا رداس 20 سینٹی میٹر ہے۔ معلوم کیجیے کہ ڈبے میں کتنے لٹر تیل رکھا جاسکتا ہے؟
- 10 ایک دائروی پانی کے ٹینک کی گنجائش لٹروں میں معلوم کیجیے جب کہ ٹینک کی اونچائی 420 سینٹی میٹر ہو اور اس کا قطر 510 سینٹی میٹر ہو۔

اعادہ مشق 12

- 1 مندرجہ ذیل سوالوں کے جوابات دیجیے۔
- (i) دائرے کے محیط کی تعریف کریں۔
- (ii) دائروی علاقے کا رقبہ کیا ہوتا ہے؟
- (iii) سلنڈر کی سطح کا رقبہ اور حجم معلوم کرنے کے فارمولے لکھیے۔
- (iv) دائرے کا محیط اور رقبہ معلوم کرنے کے فارمولے لکھیے۔
- (v) π کی قریبی قیمت کیا ہے؟
- 2 خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔
- (i) دائرے کا..... اس کی منحنی سطح کی پیمائش ہے۔
- (ii) سلنڈر کے دونوں دائروی علاقے ایک دوسرے کے..... ہوتے ہیں۔
- (iii)..... کی لمبائی، سلنڈر کی اونچائی کہلاتی ہے۔
- (iv) دائرے کے محیط اور قطر میں نسبت علامت..... سے ظاہر کی جاتی ہے۔
- (v) سلنڈر کی سطح کا رقبہ = منحنی سطح کا رقبہ +
- 3 دُرست جواب پر صحیح کا نشان (✓) لگائیے۔
- (i) π کی قریبی قیمت ہوتی ہے۔
- (الف) 3.04 (ب) 3.41 (ج) 3.14 (د) 4.13

(ii) دائرے کا محیط.....

(الف) πd (ب) πr^2 (ج) $2\pi r^2$ (د) $2\pi d$

(iii) دائرے کی منحنی سطح کی لمبائی کہلاتی ہے اس کا:

(الف) رداس (ب) قطر (ج) بلندی (د) محیط

(iv) دائرے کا رقبہ =

(الف) πr^2 (ب) $2\pi r^2$ (ج) $3\pi r^2$ (د) $4\pi r^2$

(v) اگر دائرے کا قطر 10 سینٹی میٹر ہو تو اس کا رداس ہوگا:

(الف) 5 سینٹی میٹر (ب) 10 سینٹی میٹر (ج) 15 سینٹی میٹر (د) 20 سینٹی میٹر

(vi) $\frac{7}{22}$ میٹر رداس کے دائرے کا محیط ہوگا:

(الف) 1 میٹر (ب) 2 میٹر (ج) 3 میٹر (د) 4 میٹر

4- دائرے کا رقبہ اور محیط معلوم کیجیے اگر $\pi = \frac{22}{7}$ اور رداس ہو:

- (i) 2.8 سینٹی میٹر (ii) 4.9 سینٹی میٹر (iii) 10.5 سینٹی میٹر
(iv) $10\frac{1}{2}$ سینٹی میٹر (v) $6\frac{1}{2}$ سینٹی میٹر

5- مندرجہ ذیل سلنڈروں کی سطح کا رقبہ اور حجم معلوم کیجیے۔

- (i) $r = 14$ سینٹی میٹر، $h = 15$ سینٹی میٹر (ii) $r = 3.5$ سینٹی میٹر، $h = 100$ سینٹی میٹر
(iii) $r = 10$ سینٹی میٹر، $h = 21$ سینٹی میٹر (iv) $r = 4$ سینٹی میٹر، $h = 12$ سینٹی میٹر

6- پھولوں کی ایک گول کیماری کا رقبہ 7.065 مربع میٹر ہے۔ اس کے گرد 20 روپے فی میٹر کے حساب سے باڑ لگانے کا خرچ معلوم کیجیے۔ (جب کہ $\pi = 3.14$)۔

7- اسلم کے سائیکل کے سپے کا رداس 35 سینٹی میٹر ہے۔ گھر سے سکول پہنچنے کے لیے پہرہ 1200 چکر مکمل کرتا ہے۔ گھر سے سکول کا فاصلہ معلوم کیجیے (جب کہ $\pi = \frac{22}{7}$)۔

8- 2 میٹر لمبے اور 21 سم رداس والے ڈرم کی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔

9- ایک کنواں 20 میٹر گہرا اور اس کا قطر 4 میٹر ہے۔ اسے بھرنے کے لیے کتنی مٹی درکار ہوگی۔ (جب کہ $\pi = \frac{22}{7}$)

10- 10 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے ایک دائروں کھیت میں کیمائی سپرے کرنے کا خرچ معلوم کیجیے جب کہ دائروں کھیت کا رداس 73.5 میٹر ہے۔ نیز کھیت کے گرد کاوٹ کھڑی کرنے کا خرچ بھی 25 روپے فی میٹر کے حساب سے معلوم کیجیے۔

خلاصہ

- کسی دائرے کے کنارے کی پیمائش اُس دائرے کا محیط کہلاتی ہے۔
- دائرے کے محیط اور قطر کے درمیان نسبت ایک یونانی علامت π سے ظاہر کی جاتی ہے اور اس کی قیمت تقریباً 3.14 ہے۔
- دائروی علاقے کا رقبہ اس کے اندر مربع اکائیوں کی تعداد ہوتی ہے۔
- سلنڈر تین سطحوں پر مشتمل ہوتا ہے یعنی ایک، ہی رداس کے دو دائرے اور ایک منحنی سطح۔
- $2\pi r$ یا $c = d\pi$ ۔ جب کہ 'c' سے مراد محیط، 'd' سے مراد قطر اور 'r' سے مراد رداس ہے۔

$$\pi r^2 = \text{دائروی علاقے کا رقبہ}$$

$$2\pi r(h + r) = \text{سلنڈر کی سطح کا رقبہ}$$

$$\pi r^2 h = \text{سلنڈر کا حجم}$$