

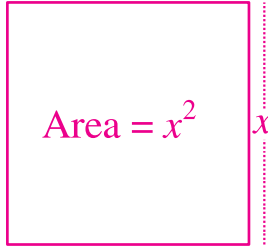
ثبت اعداد کا جذر

تدریسی مقاصد

اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلباء و طالبات اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- مکمل مربع کی تعریف کر سکیں۔
- کسی عدد کے مکمل مربع ہونے یا نہ ہونے کی پڑتال کریں۔
- مکمل مربع کے درج ذیل خواص کو پہچانیں اور ان کا اطلاق کر پائیں۔
 - ▶ جفت عدد کا مربع بھی جفت عدد ہوتا ہے۔
 - ▶ طاق عدد کا مربع بھی طاق عدد ہوتا ہے۔
 - ▶ واجب کسر کا مربع اس کسر سے چھوٹا ہوتا ہے۔
 - ▶ 1 سے چھوٹے اعشاری عدد کا مربع اس اعشاری عدد سے چھوٹا ہوتا ہے۔
- قدرتی اعداد کے جذر المربع کی تعریف کریں اور ان کی تقریم کو جانیں۔
- تجزی اور تقسیم کے طریقوں سے جذر معلوم کریں جبکہ یہ مکمل مربع ہوں۔
 - ▶ قدرتی عدد
 - ▶ کسر
 - ▶ اعشاری عدد
- جذر سے متعلق روزمرہ زندگی کے عبارتی سوالات حل کریں۔

پچھلی جماعتوں میں ہم سیکھ چکے ہیں کہ کسی مربع کا رقبہ اُس کی لمبائی کو خود سے ضرب دے کر معلوم کیا جاسکتا ہے۔ جیسا کہ نیچے ظاہر ہے۔



$$\begin{aligned} \text{مربع کا رقبہ} &= \text{لمبائی} \times \text{لمبائی} \\ &= x \times x \\ &= x^2 \end{aligned}$$

اس کا مطلب یہ ہوا کہ x^2 کسی ایسے مربع کا رقبہ ہے جس کی ایک طرف کی لمبائی x ہے۔

یا ہم یوں کہہ سکتے ہیں کہ " x کا مربع x^2 ہے" یعنی

$$x \text{ کا مربع} = x^2$$

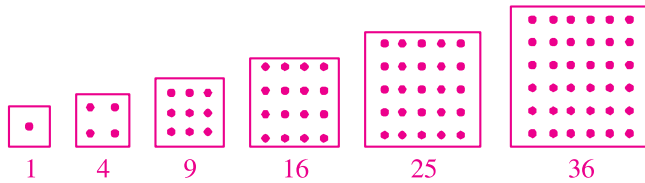
"پس کسی عدد کے مربع کی تعریف کچھ یوں کی جاسکتی ہے: کسی عدد کی اُسی عدد سے حاصل ضرب مربع کہلاتا ہے۔"

5.1.1 مکمل مربع

ایسا قدرتی عدد مکمل مربع کہلاتا ہے جو کسی قدرتی عدد کا مربع ہو۔ مزید وضاحت کے لیے آئیے ہم کچھ قدرتی اعداد کے مربع معلوم کرتے ہیں۔

$1^2 = 1 \times 1 = 1$	$6^2 = 6 \times 6 = 36$
$2^2 = 2 \times 2 = 4$	$7^2 = 7 \times 7 = 49$
$3^2 = 3 \times 3 = 9$	$8^2 = 8 \times 8 = 64$
$4^2 = 4 \times 4 = 16$	$9^2 = 9 \times 9 = 81$
$5^2 = 5 \times 5 = 25$	$10^2 = 10 \times 10 = 100$

یہاں "1 کا مربع 1"، "2 کا مربع 4"، "3 کا مربع 9" اور مزید یوں ہی ہے۔ ہم اس بات کا بھی مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ یہ سب قدرتی اعداد ہیں۔ لہذا یہ مکمل مربع ہیں جن کو ڈبے میں نقاط کی مدد سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔



جب ہمارے پاس قطاروں کی تعداد ہر قطار میں موجود نقاط کی تعداد کے برابر ہو تو یہ ایک مکمل مربع کو ظاہر کرتا ہے۔

5.1.2 کسی عدد کے مکمل مربع ہونے یا نہ ہونے کی پڑتال

یہ معلوم کرنے کے لیے کہ آیا دیا گیا عدد مکمل مربع ہے یا نہیں، عدد کو اس کے مفرد عددوں کے حاصل ضرب کی صورت میں لکھتے ہیں:

مثال 1: دیے گئے اعداد کی پڑتال کیجیے کہ وہ مکمل مربع ہیں یا نہیں۔

(i) 3969

(ii) 6084

(iii) 3872

حل:

3	3969
3	1323
3	441
3	147
7	49
	7

3969 (i)

3969 کے مفرد عدد: $(7 \times 7) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3)$ ہیں۔

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ہر عدد کا جوڑا موجود ہے۔ لہذا 3969 ایک مکمل مربع ہے۔

2	6084
2	3042
3	1521
3	507
13	169
	13

6084 (ii)

6084 کے مفرد عدد: $(13 \times 13) \times (3 \times 3) \times (2 \times 2)$ ہیں۔

یہاں 6084 ہر عدد کا جوڑا موجود ہے۔ لہذا یہ ایک مکمل مربع ہے۔

2	3872
2	1936
2	968
2	484
2	242
11	121
	11

3872 (iii)

3872 کے مفرد عدد: $(11 \times 11) \times 2 \times (2 \times 2) \times (2 \times 2)$ ہیں۔

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ 2 ایسا عدد ہے جس کا جوڑا نہیں بن رہا۔ لہذا یہ ایک مکمل مربع نہیں ہے۔

5.1.3 اعداد کے مکمل مربع کے خواص

مکمل مربع کے کچھ خواص نہایت دلچسپ ہیں۔ آئیے ان میں سے کچھ کو زیر بحث لاتے ہیں۔

• جفت عدد کا مربع بھی ایک جفت عدد ہوتا ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ قدرتی اعداد کو دو گروپس میں تقسیم کیا جاسکتا ہے: جفت اعداد اور طاق اعداد۔

نیچے دیے گئے ہر جفت عدد کے مربع پر غور کریں۔

$$\begin{array}{l|l} 2^2 = 2 \times 2 = 4 & 4^2 = 4 \times 4 = 16 \\ 6^2 = 6 \times 6 = 36 & 8^2 = 8 \times 8 = 64 \\ 10^2 = 10 \times 10 = 100 & 12^2 = 12 \times 12 = 144 \end{array}$$

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ہر جفت عدد کا مربع بھی جفت عدد ہی ہے۔

طاق عدد کا مربع بھی طاق عدد ہوتا ہے۔

اب ہم کچھ طاق اعداد کے مربع معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{l|l} 1^2 = 1 \times 1 = 1 & 3^2 = 3 \times 3 = 9 \\ 5^2 = 5 \times 5 = 25 & 7^2 = 7 \times 7 = 49 \\ 9^2 = 9 \times 9 = 81 & 11^2 = 11 \times 11 = 121 \end{array}$$

پس تمام طاق اعداد کے مربع بھی طاق اعداد ہی ہوتے ہیں۔

مثال 2: حسابی عمل کے بغیر جفت اور طاق اعداد کے مکمل مربع علیحدہ کیجیے۔

$$12321 \text{ (iv)} \quad 49284 \text{ (iii)} \quad 2704 \text{ (ii)} \quad 3481 \text{ (i)}$$

$$2704 \text{ (ii)} \quad 3481 \text{ (i): حل}$$

جفت عدد کا مربع بھی جفت عدد ہی ہوتا ہے۔

طاق عدد کا مربع بھی طاق عدد ہوتا ہے۔

2704 جفت عدد کا مربع ہے۔ ∴

3481 طاق عدد کا مربع ہے۔ ∴

$$12321 \text{ (iv)}$$

$$49284 \text{ (iii)}$$

طاق عدد کا مربع بھی طاق عدد ہی ہوتا ہے۔

جفت عدد کا مربع بھی جفت عدد ہی ہوتا ہے۔

12321 طاق عدد کا مربع ہے۔ ∴

49284 جفت عدد کا مربع ہے۔ ∴

واجب کسر کا مربع اُس کسر سے چھوٹا ہوتا ہے

کسر کا مربع جاننے کے لیے ہم شمار کنندہ کو اُس سے ضرب دیتے ہیں اور مخارج کے ساتھ بھی یہی عمل دہراتے ہیں۔

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 5} = \frac{4}{25}$$

آئیے اب ہم کسر $\frac{2}{5}$ کا موازنہ اس کے مربع $\frac{4}{25}$ سے بذریعہ کراس ضرب کرتے ہیں۔

$$\frac{2}{5} \times \frac{4}{25} \quad \boxed{50 > 20}$$

مندرجہ بالا سے یہ مشاہدہ کیا جاسکتا ہے کہ واجب کسر کا مربع اس کسر سے کم ہوتا ہے۔ جیسے کہ $-\frac{2}{5} > \frac{4}{25}$

ایسے ہی

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{3 \times 3} = \frac{1}{9} \quad \boxed{\frac{1}{3} > \frac{1}{9}}$$

$$\left(\frac{4}{7}\right)^2 = \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{4 \times 4}{7 \times 7} = \frac{16}{49} \quad \boxed{\frac{4}{7} > \frac{16}{49}}$$

1 سے چھوٹے اعشاری عدد کا مربع اس اعشاری عدد سے چھوٹا ہوتا ہے۔

ہم اعشاری عدد کا مربع درج ذیل طریقے سے معلوم کر سکتے ہیں۔

$$(0.3)^2 = (0.3)(0.3) = \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{100} = 0.09$$

0.09 اعشاری عدد 0.3 سے چھوٹا ہے یا بڑا؟ یقیناً 0.09 اعشاری عدد 0.03 سے چھوٹا ہے۔ یعنی $0.09 < 0.3$

$$(0.02)^2 = (0.02) \times (0.02) = \frac{2}{100} \times \frac{2}{100} = \frac{4}{10000} = 0.0004$$

پھر سے 0.0004 اعشاری عدد 0.02 سے چھوٹا عدد ہے۔ یعنی $0.0004 < 0.02$

اس کا مطلب یہ ہوا کہ 1 سے چھوٹے اعشاری عدد کا مربع ہمیشہ اس اعشاری عدد سے چھوٹا ہوتا ہے۔

مشق 5.1

1- دیے گئے اعداد کا مربع معلوم کریں۔

- | | | | |
|----------|--------|----------|-----------|
| (i) 6 | (ii) 5 | (iii) 10 | (iv) 7 |
| (v) 13 | (vi) 8 | (vii) 41 | (viii) 19 |
| (ix) 100 | (x) 9 | (xi) 11 | (xii) 25 |

2- دیے گئے اعداد کی پڑتال کیجیے کہ وہ مکمل مربع ہیں یا نہیں۔

- | | | | |
|---------|----------|-----------|-------------|
| (i) 59 | (ii) 625 | (iii) 225 | (iv) 196 |
| (v) 425 | (vi) 81 | (vii) 121 | (viii) 2500 |

3- حسابی عمل کے بغیر دیے گئے طاق اور جفت اعداد کے مکمل مربع علیحدہ کیجیے۔

- | | | | |
|----------|------------|------------|--------------|
| (i) 441 | (ii) 144 | (iii) 2401 | (iv) 6561 |
| (v) 2025 | (vi) 11236 | (vii) 7569 | (viii) 12544 |

4- واجب کسر کا مربع معلوم کر کے ان کا موازنہ انہی کسور سے کیجیے۔

- | | | | |
|-------------------|--------------------|----------------------|--------------------|
| (i) $\frac{3}{4}$ | (ii) $\frac{5}{6}$ | (iii) $\frac{4}{11}$ | (iv) $\frac{1}{7}$ |
|-------------------|--------------------|----------------------|--------------------|

5- اعشاری اعداد کا مربع معلوم کیجیے جس کا موازنہ اعشاری اعداد سے ہی کیجیے۔

- (i) 0.4 (ii) 0.6 (iii) 0.12 (iv) 0.05

5.2 جذر

5.2.1 قدرتی عدد کے جذر کی تعریف کرنا اور اس کی ترقیم کو جاننا

کسی بھی عدد کا جذر معلوم کرنے کا عمل اس کے مربع لینے کے بالکل برعکس ہوتا ہے۔ اسے سمجھنے کے لیے ہم دوبارہ کچھ اعداد کا مکمل مربع معلوم کرتے ہیں۔

$$2^2 = 4 \quad (2 \text{ کا مربع } 4 \text{ ہے})$$

$$5^2 = 25 \quad (5 \text{ کا مربع } 25 \text{ ہے})$$

$$7^2 = 49 \quad (7 \text{ کا مربع } 49 \text{ ہے})$$

ان مساوات کو یوں بھی پڑھا جاسکتا ہے۔ ”4 کا جذر 2“، ”25 کا جذر 5“ اور ”49 کا جذر 7“۔ اسی طرح ہم کسی بھی مربع عدد کا جذر معلوم کر سکتے ہیں۔ اس عمل کے لیے ہم جذر کی علامت ” $\sqrt{\quad}$ “ استعمال کرتے ہیں یعنی: $\sqrt{x^2} = x$ جبکہ ” $\sqrt{\quad}$ “ جذر کی علامت ہے اور ” x^2 “ مجذور کہلاتا ہے۔

اگر x کوئی ایسا عدد ہو جسے $x = y^2$ کی شکل میں لکھا جاسکے۔ تو y کا مربع x کہلائے گا اور از خود y جذر کہلائے گا x کا۔

5.2.2 مفرد تجزی سے جذر معلوم کرنا

ہم سیکھ چکے ہیں کہ

$$4 \text{ کا جذر } \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2 \text{ ہے۔}$$

$$9 \text{ کا جذر } \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3 \text{ ہے۔}$$

$$25 \text{ کا جذر } \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5 \text{ ہے۔}$$

لیکن بڑے مکمل مربع کی صورت میں ہمارے لیے ان کے جذر کا اندازہ لگانا نہایت مشکل ہوتا ہے۔ اس مسئلے کے حل کے

لیے ہم مفرد تجزی کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔ طریقہ کے مراحل نیچے دیے گئے ہیں۔

مرحلہ 1: دیے گئے عدد کے مفرد عدد معلوم کریں۔ فرض کریں دیا گیا عدد 36 ہے۔

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

مرحلہ 2: دونوں اطراف کا جذر لیں۔

$$\sqrt{36} = \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3}$$

2	36
2	18
3	9
	3

مرحلہ 3: تمام مفرد عدد کے جوڑوں کو مکمل مربع کی شکل میں لکھیں۔

$$\begin{aligned}\sqrt{36} &= \sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{3 \times 3} \\ &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2}\end{aligned}$$

مرحلہ 4: ہر مکمل مربع کا جذر لکھیں۔ یعنی $\sqrt{x^2} = x$ اور ان کا حاصل ضرب معلوم کریں۔

$$\sqrt{36} = 2 \times 3 = 6$$

یوں دیے گئے عدد 36 کا جذر 6 ہے۔

مکمل مربع کے مفرد عدد ہمیشہ جوڑے جوڑے کی شکل میں ہوتے ہیں۔

2	900
2	450
3	225
3	75
5	25
	5

مثال 1: 900 کا جذر لکھیے۔

حل: 900 کی مفرد تجزی کریں۔

$$900 \text{ کی تجزی} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

دونوں اطراف کا جذر لیں۔

$$\sqrt{900} = \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5}$$

تمام جوڑوں کو مکمل مربع کی شکل میں لکھیں۔

$$\begin{aligned}\sqrt{900} &= \sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{3 \times 3} \times \sqrt{5 \times 5} \\ &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{5^2}\end{aligned}$$

ہر مکمل مربع کا جذر لکھیں یعنی $\sqrt{x^2} = x$ اور ان کا حاصل ضرب معلوم کریں۔

$$\sqrt{900} = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

یوں 900 کا جذر 30 ہے۔

کسور کا جذر معلوم کرنا

ہم جانتے ہیں کہ کسور عام کی تین اقسام ہوتی ہیں:

- واجب کسر
- غیر واجب کسر
- مخلوط کسر

مثال 2: کسور عام $\frac{144}{256}$ کا جذر معلوم کریں۔

حل: ہمیں $\frac{144}{256}$ کا جذر معلوم کرنا ہے۔ لہذا ہم اسے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\sqrt{\frac{144}{256}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{256}}$$

دیے گئے طریقے سے 144 اور 256 کی علیحدہ علیحدہ تجزی کریں۔

2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
	3

2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
	2

$$\sqrt{\frac{144}{256}} = \frac{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}}{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}} = \frac{\sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{3 \times 3}}{\sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{2 \times 2}} = \frac{\sqrt{2^2} \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2}}{\sqrt{2^2} \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{2^2}} = \frac{2 \times 2 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{3}{4}$$

لہذا $\frac{3}{4}$ مطلوبہ جواب ہے۔

مثال 3: مخلوط کسر $1\frac{63}{81}$ کا جذر معلوم کریں۔

حل: (i) مخلوط کسر کو غیر واجب کسر میں تبدیل کریں۔

$$1\frac{63}{81} = \frac{144}{81}$$

اب جذر معلوم کریں۔

3	81
3	27
3	9
	3

2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
	3

$$\sqrt{\frac{144}{81}} = \frac{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}}{\sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3}} = \frac{\sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{3 \times 3}}{\sqrt{3 \times 3} \times \sqrt{3 \times 3}} = \frac{\sqrt{2^2} \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2}}{\sqrt{3^2} \times \sqrt{3^2}} = \frac{2 \times 2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

پس $1\frac{1}{3}$ جذر ہے $1\frac{63}{81}$ کا۔

• اعشاری عدد کا جذر معلوم کرنا

اعشاری اعداد کے معاملے میں پہلے ان کو کسو عام کی شکل میں تبدیل کریں اور پھر جذر معلوم کریں۔ جذر معلوم کرنے کے

بعد ہم جواب کو دوبارہ اعشاری عدد کی شکل میں لکھتے ہیں۔ ہم اس کو مثال سے واضح کرتے ہیں۔

2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
	2

2	100
2	50
5	25
	5

مثال 4: اعشاری عدد 0.64 کا جذر معلوم کیجیے۔

حل: اعشاری عدد کو کسر میں یوں تبدیل کریں۔

$$0.64 = \frac{64}{100}$$

اب واجب کسر کے طور پر جذر معلوم کریں۔

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{64}{100}} &= \frac{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}}{\sqrt{2 \times 2 \times 5 \times 5}} = \frac{\sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{2 \times 2}}{\sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{5 \times 5}} \\ &= \frac{\sqrt{2^2} \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{2^2}}{\sqrt{2^2} \times \sqrt{5^2}} = \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 5} \\ &= \frac{8}{10} = 0.8\end{aligned}$$

پس 0.64 کا مطلوبہ جذر 0.8 ہے۔

مشق 5.2

1- نیچے دیے گئے اعداد کے جذر معلوم کیجیے۔

(i) 4	(ii) $(9)^2$	(iii) 36	(iv) $(25)^2$
(v) 16	(vi) c^2	(vii) 49	(viii) a^2
(ix) 25	(x) 81	(xi) y^2	(xii) 100

2- نیچے دیے گئے اعداد کے جذر بذریعہ مفرد تجزیہ معلوم کیجیے۔

(i) 144	(ii) 256	(iii) 576	(iv) 324
(v) 441	(vi) 729	(vii) 196	(viii) 1225
(ix) 10000	(x) 1764	(xi) 4356	

3- نیچے دی گئی کسور کے جذر معلوم کیجیے۔

(i) $\frac{49}{81}$	(ii) 2.25	(iii) $\frac{144}{196}$	(iv) 0.0196
(v) $\frac{784}{441}$	(vi) $1\frac{13}{36}$	(vii) 3.24	(viii) 12.25
(ix) $3\frac{325}{900}$	(x) 59.29	(xi) $1\frac{252}{324}$	(xii) 1.5625

4- مفرد تجزیہ کی مدد سے درج ذیل کو ثابت کیجیے۔

(i) $\sqrt{9 \times 36} = \sqrt{9} \times \sqrt{36}$	(ii) $\sqrt{144 \times 4} = \sqrt{144} \times \sqrt{4}$
(iii) $\sqrt{64 \times 25} = \sqrt{64} \times \sqrt{25}$	(iv) $\sqrt{81 \times 100} = \sqrt{81} \times \sqrt{100}$
(v) $\sqrt{\frac{144}{9}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{9}}$	(vi) $\sqrt{\frac{256}{4}} = \frac{\sqrt{256}}{\sqrt{4}}$
(vii) $\sqrt{\frac{484}{121}} = \frac{\sqrt{484}}{\sqrt{121}}$	(viii) $\sqrt{\frac{576}{144}} = \frac{\sqrt{576}}{\sqrt{144}}$

تقسیم کے طریقے سے جذر معلوم کرنا

ہم پہلے ہی مفرد تجزی کے طریقے سے قدرتی اعداد کا جذر معلوم کرنے کا طریقہ سیکھ چکے ہیں۔ اب ہم قدرتی اعداد کا جذر معلوم کرنے کا ایک اور طریقہ سیکھتے ہیں جو تقسیم کا طریقہ کہلاتا ہے۔

مثال 1: 324 کا جذر تقسیم کے طریقے سے معلوم کیجیے۔

حل: 324

$$\sqrt{324}$$

مرحلہ 1: دائیں سے بائیں ہندسوں کے جوڑے بنائیں اور ان کے اوپر لائن لگا کر انہیں ظاہر کریں۔

$$1\sqrt{324}$$

مرحلہ 2: ایسا بڑے سے بڑا عدد چنیں جس کا مربع پہلے جوڑے کے برابر یا اس سے کم ہو (بائیں سے دائیں)۔ یہاں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ وہ عدد 1 ہے۔

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \overline{) 324} \\ \underline{-1} \\ 224 \end{array}$$

مرحلہ 3: عدد کے مربع کو جوڑے یا ہندسے میں سے تفریق کریں یعنی $1^2=1$ اور $3-1=2$ ۔ اب دیے گئے طریقے سے دوسرا جوڑا نیچے لائیں۔

$$\begin{array}{r} 1 \\ +1 \\ 2 \overline{) 324} \\ \underline{-1} \\ 224 \\ \underline{18} \\ 18 \end{array}$$

مرحلہ 4: حاصل تقسیم کو دو گنا کر کے اسے دوسرے تقسیم کنندہ کے طور پر استعمال کریں۔

$$\begin{array}{r} 1 \\ +1 \\ 2 \textcircled{8} \overline{) 324} \\ \underline{-1} \\ 224 \\ \underline{-224} \\ 0 \end{array}$$

مرحلہ 5: دوبارہ وہ بڑے سے بڑا عدد چنیں جس کا تقسیم کنندہ سے حاصل ضرب دوسرے مقسوم سے کم یا برابر ہو جیسا کہ سامنے دیا گیا ہے۔

$$25 \times 5 = 125$$

$$26 \times 6 = 156$$

$$27 \times 7 = 189$$

$$28 \times 8 = 224$$

حاصل تقسیم مطلوبہ جذر ہے۔ اس کی پڑتال مربع لینے سے کی جاسکتی ہے۔ پس مطلوبہ جذر "18" ہے۔

مثال 2: تقسیم کے طریقے سے 585225 کا جذر معلوم کریں۔

حل: 585225

$$\begin{array}{r} 765 \\ 7 \overline{) 585225} \\ \underline{+7} \\ 14 \textcircled{6} \\ \underline{+6} \\ 152 \textcircled{5} \\ \underline{} \\ 0 \end{array}$$

$$\bullet 6 \times 6 = 36$$

$$7 \times 7 = 49$$

$$8 \times 8 = 64$$

$$\bullet 145 \times 5 = 725$$

$$146 \times 6 = 876$$

$$147 \times 7 = 1029$$

$$\bullet 1524 \times 4 = 6096$$

$$1525 \times 5 = 7625$$

$$1526 \times 6 = 9156$$

پس مطلوبہ جذر 765 ہے۔

• کسور کا جذر معلوم کرنا

ہم مفرد تجزی کے ذریعے کسور کا جذر معلوم کرنے کا طریقہ سیکھ چکے ہیں۔ اب ہم تقسیم کے طریقے سے کسی کسور کا جذر معلوم کرتے ہیں۔

مثال 1: تقسیم کے طریقے سے $\frac{4096}{15129}$ کا جذر معلوم کیجیے۔

حل: ہم جانتے ہیں کہ $\sqrt{\frac{4096}{15129}} = \frac{\sqrt{4096}}{\sqrt{15129}}$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 6 \overline{) 4096} \\ +6 \quad \underline{-36} \\ 12 \textcircled{4} \quad \underline{-496} \\ \quad \quad \quad \underline{-496} \\ \quad \quad \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \bullet 5 \times 5 = 25 \\ \bullet 6 \times 6 = 36 \\ \bullet 7 \times 7 = 49 \\ \bullet 123 \times 3 = 369 \\ \bullet 124 \times 4 = 496 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 123 \\ 1 \overline{) 15129} \\ +1 \quad \underline{-1} \\ 2 \textcircled{2} \quad \underline{-51} \\ +2 \quad \underline{-44} \\ 24 \textcircled{3} \quad \underline{-729} \\ \quad \quad \quad \underline{-729} \\ \quad \quad \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \bullet 21 \times 1 = 21 \\ \bullet 22 \times 2 = 44 \\ \bullet 23 \times 3 = 69 \\ \bullet 242 \times 2 = 484 \\ \bullet 243 \times 3 = 729 \end{array}$$

پس $\sqrt{\frac{4096}{15129}} = \frac{\sqrt{4096}}{\sqrt{15129}} = \frac{64}{123}$ ہے۔

• اعشاری عدد کا جذر معلوم کرنا

اعشاری عدد کا جذر معلوم کرنے کا طریقہ سیکھنے کے لیے ہم درج ذیل مثال اور اس کے مراحل پر غور کرتے ہیں۔

مثال 2: تقسیم کے طریقے سے 333.0625 کا جذر معلوم کریں۔

حل: 333.0625

مرحلہ 1: اعشاری عدد میں موجود مکمل عدد کو بطور عام عدد جوڑے بنائیں۔ (دائیں سے بائیں) $\overline{333}.0625$

مرحلہ 2: اعشاری حصے کے جوڑے بنائیں۔ (بائیں سے دائیں) $\overline{333}.0\overline{6}25$

مرحلہ 3: تقسیم کے طریقے کو استعمال کریں۔

$$\begin{array}{r} 18 \\ 1 \overline{) 333.0625} \\ +1 \quad \underline{-1} \\ 2 \textcircled{8} \quad \underline{-233} \\ \quad \quad \quad \underline{-224} \\ \quad \quad \quad \quad \quad 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \bullet 27 \times 7 = 189 \\ \bullet 28 \times 8 = 224 \\ \bullet 29 \times 9 = 261 \end{array}$$

مرحلہ 4: نقطہ اعشاریہ کے بعد کے جوڑے کو نیچے لانے سے پہلے حاصل تقسیم میں نقطہ اعشاریہ لگائیں۔

$$\begin{array}{r}
 18.25 \\
 \hline
 1 \quad | \quad 333.0625 \\
 +1 \quad | \quad -1 \\
 \hline
 2 \textcircled{8} \quad | \quad 233 \\
 +8 \quad | \quad -224 \\
 \hline
 36 \textcircled{2} \quad | \quad 906 \\
 +2 \quad | \quad -724 \\
 \hline
 364 \textcircled{5} \quad | \quad 18225 \\
 \quad \quad | \quad -18225 \\
 \hline
 \quad \quad | \quad 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \because 361 \times 1 = 361 \\
 \quad 362 \times 2 = 724 \\
 \quad 363 \times 3 = 1089
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \because 3644 \times 4 = 14576 \\
 \quad 3645 \times 5 = 18225
 \end{array}$$

$$\sqrt{333.0625} = 18.25 \text{ پس}$$

مثال 3: درج ذیل کو تقسیم کے طریقے سے جذر معلوم کیجیے۔

(i) 0.119025

(ii) 199.9396 حل:

مکمل عدد والے حصے اور اعشاری حصے کے بالترتیب جوڑے بنائیں۔ 0.11 90 25

$$\begin{array}{r}
 0.345 \\
 \hline
 3 \quad | \quad 0.119025 \\
 +3 \quad | \quad -9 \\
 \hline
 6 \textcircled{4} \quad | \quad 290 \\
 +4 \quad | \quad -256 \\
 \hline
 68 \textcircled{5} \quad | \quad 3425 \\
 \quad \quad | \quad -3425 \\
 \hline
 \quad \quad | \quad 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \because 2 \times 2 = 4 \\
 \quad 3 \times 3 = 9 \\
 \quad 4 \times 4 = 16
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \because 63 \times 3 = 189 \\
 \quad 64 \times 4 = 256 \\
 \quad 65 \times 5 = 325
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \because 684 \times 4 = 2736 \\
 \quad 685 \times 5 = 3425
 \end{array}$$

$$\sqrt{0.119025} = 0.345 \text{ پس}$$

(ii) 199.9396

مکمل عدد والے حصے اور اعشاری حصے کے بالترتیب جوڑے بنائیں۔ 1 99.9396

$$\begin{array}{r}
 14.14 \\
 \hline
 1 \quad | \quad 199.9396 \\
 +1 \quad | \quad -1 \\
 \hline
 2 \textcircled{4} \quad | \quad 99 \\
 +4 \quad | \quad -96 \\
 \hline
 28 \textcircled{1} \quad | \quad 393 \\
 +1 \quad | \quad -281 \\
 \hline
 282 \textcircled{4} \quad | \quad 11296 \\
 \quad \quad | \quad -11296 \\
 \hline
 \quad \quad | \quad 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \because 23 \times 3 = 69 \\
 \quad 24 \times 4 = 96 \\
 \quad 25 \times 5 = 125
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \because 281 \times 1 = 281 \\
 \quad 282 \times 2 = 546
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \because 2823 \times 3 = 8469 \\
 \quad 2824 \times 4 = 11296
 \end{array}$$

$$\sqrt{199.9396} = 14.14 \text{ پس}$$

مشق 5.3

1- تقسیم کے طریقے سے درج ذیل کے جذر معلوم کریں۔

- | | | | |
|-------------|------------|--------------|---------------|
| (i) 729 | (ii) 2304 | (iii) 4489 | (iv) 7056 |
| (v) 9801 | (vi) 14400 | (vii) 15625 | (viii) 18496 |
| (ix) 207936 | (x) 321489 | (xi) 5499025 | (xii) 4986289 |

2- نیچے دی گئی کسور کے جذر بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے۔

- | | | | |
|-------------------------|--------------------------|---------------------------|----------------------------|
| (i) $\frac{36}{49}$ | (ii) $\frac{225}{484}$ | (iii) $\frac{81}{196}$ | (iv) $\frac{729}{1024}$ |
| (v) $2\frac{14}{25}$ | (vi) $\frac{1296}{2025}$ | (vii) $3\frac{526}{625}$ | (viii) $\frac{3025}{4096}$ |
| (ix) $2\frac{175}{225}$ | (x) $\frac{324}{576}$ | (xi) $\frac{5625}{40000}$ | (xii) $1\frac{295}{729}$ |

3- نیچے دیے گئے اعشاری اعداد کے جذر بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے۔

- | | | | |
|---------------|--------------|----------------|-----------------|
| (i) 0.0529 | (ii) 1.5625 | (iii) 9.7344 | (iv) 0.4761 |
| (v) 0.001369 | (vi) 32.1489 | (vii) 0.002025 | (viii) 131.1025 |
| (ix) 508.5025 | (x) 799.7584 | (xi) 1082.41 | (xii) 4596.84 |

5.3.2 جذر سے متعلق روزمرہ زندگی کے عبارتی سوالات

اب ہم جذر سے متعلق روزمرہ زندگی کے عبارتی سوالات حل کرتے ہیں۔

مثال 1: ایک مستطیلی پارک کا رقبہ کسی دوسرے مربع نما پارک کے رقبے کے برابر ہے۔ اگر مستطیلی پارک کی لمبائی اور چوڑائی بالترتیب 81 میٹر اور 25 میٹر ہوں تو مربع نما پارک کی لمبائی معلوم کیجیے۔

$$\begin{aligned} \text{مستطیلی پارک کا رقبہ} &= \text{چوڑائی} \times \text{لمبائی} \\ &= 81\text{m} \times 25\text{m} = 2025\text{m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{مربع نما پارک کا رقبہ} &= \text{مستطیلی پارک کا رقبہ} \\ &= 2025\text{m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{پارک کی لمبائی} &= \sqrt{2025} \\ &= \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} \\ &= \sqrt{3^2 \times 3^2 \times 5^2} \\ &= (3 \times 3 \times 5)\text{m} = 45\text{m} \end{aligned}$$

جیسا کہ ہم جانتے ہیں

3	2025
3	675
3	225
3	75
5	25
	5

پس مطلوبہ لمبائی 45 میٹر ہے۔

مثال 2: ایک مربعی میدان کی باؤنڈری کی لمبائی معلوم کیجیے جس کا رقبہ 784 مربع میٹر ہے۔
حل:

2	784
2	392
2	196
2	98
7	49
	7

$$\begin{aligned} \text{مربعی میدان کا رقبہ} &= 784 \text{ m}^2 \\ \text{ضلع کی لمبائی} &= \sqrt{784} \\ &= \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7} \\ &= \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 7^2} \\ &= (2 \times 2 \times 7) \text{m} \\ &= 28 \text{m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{مربعی میدان کی باؤنڈری یا احاطے کی لمبائی} &= 4 \times (\text{لمبائی}) \\ &= 4(28 \text{m}) = 112 \text{m} \end{aligned}$$

مثال 3: مستطیلی پارک کا احاطہ معلوم کریں جس کی لمبائی اس کی چوڑائی سے تین گنا زیادہ ہے اور اس کا رقبہ 720.75 مربع میٹر ہے۔ پارک میں باؤلگانے کا خرچ بحساب 195 روپے فی میٹر بھی معلوم کیجیے۔ (جنر جاننے کے لیے تقسیم کا طریقہ استعمال کریں)
حل: ہمارے پاس ہے۔

$$\begin{aligned} \text{پارک کی لمبائی} &= 3 \times (\text{پارک کی چوڑائی}) \\ \text{مستطیلی پارک کا رقبہ} &= 720.75 \text{ میٹر} \\ \text{(i) احاطہ} &= ? \\ \text{(ii) باؤلگانے کا خرچ} &= ? \end{aligned}$$

ہم جانتے ہیں کہ

$$\begin{aligned} \text{مستطیلی پارک کا رقبہ} &= \text{چوڑائی} \times \text{لمبائی} \\ 720.75 \text{m}^2 &= 3 (\text{چوڑائی}) \times \text{چوڑائی} \\ 720.75 \text{m}^2 &= 3 (\text{چوڑائی})^2 \\ (\text{چوڑائی})^2 &= \frac{720.75 \text{m}^2}{3} \\ (\text{چوڑائی})^2 &= 240.25 \text{m}^2 \\ \text{چوڑائی} &= \sqrt{240.25 \text{m}^2} \\ \text{چوڑائی} &= 15.5 \text{m} \quad \text{پس} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 15.5 \\
 \hline
 1 \quad 240.25 \\
 +1 \quad -1 \\
 \hline
 2 \textcircled{5} \quad 140 \\
 +5 \quad -125 \\
 \hline
 30 \textcircled{5} \quad 1525 \\
 \quad \quad -1525 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

$\therefore 24 \times 4 = 96$
 $25 \times 5 = 125$
 $26 \times 6 = 156$
 $\therefore 304 \times 4 = 1216$
 $305 \times 5 = 1525$

$$\text{لمبائی} = 3 \text{ (چوڑائی)} = 3 \times 15.5 = 46.5 \text{ میٹر}$$

$$\text{احاطہ} = 2 \text{ (لمبائی + چوڑائی)}$$

$$= 2(46.5 + 15.5) = 2 \times 62 = 124 \text{ میٹر}$$

$$1 \text{ میٹر باڈ لگانے کا خرچ} = 195 \text{ روپے}$$

$$124 \text{ میٹر باڈ لگانے کا خرچ} = (124 \times 195) = 24,180 \text{ روپے}$$

مشق 5.4

- 1- کسی مربع کا رقبہ 73.96 مربع میٹر ہے۔ اس کے ضلع کی لمبائی بتائیے۔
- 2- 324 فوجی قطار میں یوں کھڑے ہیں کہ قطاروں کی تعداد ہر قطار میں موجود فوجیوں کی تعداد کے برابر ہیں۔ قطاروں کی تعداد معلوم کیجیے۔
- 3- 275 کو کس چھوٹے سے چھوٹے عدد سے ضرب دیں کہ یہ ایک مکمل مربع بن جائے؟
- 4- 648 کو کس چھوٹے سے چھوٹے عدد سے تقسیم کریں کہ یہ ایک مکمل مربع بن جائے؟
- 5- ایک مستطیلی سوئمنگ پول کی لمبائی اور چوڑائی بالترتیب 243 میٹر اور 27 میٹر ہے۔ ایک مربع نما سوئمنگ پول کی لمبائی معلوم کیجیے جس کا رقبہ اسی مستطیلی سوئمنگ پول کے برابر ہے۔
- 6- ایک مثلث کا قاعدہ اور اونچائی بالترتیب 8 سینٹی میٹر اور 4.5 سینٹی میٹر ہے۔ ایک مربع کے ضلع کی لمبائی معلوم کیجیے جس کا رقبہ مثلث کا دوگنا ہے۔
- 7- ایک مربع نما میدان کا رقبہ 617796 مربع میٹر ہے۔ اس کے ضلع کی لمبائی معلوم کیجیے۔

- 8- ایک زسری کے مالک نے 89500 پودوں کو مربع شکل دینے کی کوشش کی۔ مگر بعد میں اُس کو علم ہوا کہ 99 پودے بچ گئے ہیں۔ معلوم کیجیے کہ زسری کے مالک نے ایک قطار میں کتنے پودے لگائے۔ (اشارہ: $99=89500-?$)
- 9- 15198 میں سے کون سا چھوٹے سے چھوٹا عدد تفریق کریں کہ یہ مکمل مربع بن جائے؟
- 10- اُس عدد کو معلوم کیجیے جسے خود سے ضرب دے کر 992.8801 کا عدد حاصل ہو جائے۔
- 11- ایک مستطیل کے اضلاع کی پیمائشیں معلوم کیجیے جس کی لمبائی اُس کی چوڑائی سے چار گنا اور رقبہ 51.84 مربع میٹر ہے۔
- 12- ایک دائروی سوئمنگ پول کا رقبہ 154 مربع میٹر ہے۔ سوئمنگ پول کا رداس معلوم کیجیے۔

اعادہ مشق 5

- 1- درج ذیل سوالوں کے جوابات دیجیے۔
- (i) کسی عدد کے مربع سے کیا مراد ہے؟
- (ii) مکمل مربع کی تعریف کریں۔
- (iii) 50 میں سے کون سا چھوٹے سے چھوٹا عدد تفریق کریں کہ یہ مکمل مربع بن جائے؟
- (iv) بڑے قدرتی اعداد کا جذر معلوم کرنے کے دو طریقے بتائیں۔
- 2- خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔
- (i) 4, 9, 16, 25, کہلاتے ہیں۔
- (ii) اگر $x = y^2$ تو x کا کہلائے گا۔
- (iii) تقسیم کے طریقے سے مکمل اعداد کے جذر معلوم کرتے ہوئے، ہندسوں کے جوڑے طرف بناتے ہیں۔
- (iv) ایسا عدد جس کا جذر غیر مختتم اور غیر متوالی کسرا عشاریہ ہو تو یہ عدد کہلاتا ہے۔

$$\sqrt{\frac{\square}{\square}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{100}} \quad (\text{vi})$$

$$\sqrt{\frac{121}{144}} = \frac{\sqrt{121}}{\square} \quad (\text{v})$$

3- درست جواب پر صحیح کا نشان (✓) لگائیے۔

(i) درج ذیل میں سے کون سا مکمل مربع نہیں ہے؟

(الف) $\sqrt{16+9}$ (ب) $\sqrt{25+9}$ (ج) $\sqrt{16\div 9}$ (د) $\sqrt{25-9}$

(ii) اگر مربع نما شکل کے باغ کا احاطہ 40 میٹر ہو تو اس کا رقبہ ہوتا ہے:

(الف) 160 مربع میٹر (ب) 400 مربع میٹر (ج) 100 مربع میٹر (د) 1600 مربع میٹر

(iii) $\sqrt{2\frac{1}{4}} = \underline{\hspace{2cm}}$

(الف) 0.15 (ب) 1.5 (ج) 10.5 (د) 0.015

4- درج ذیل کا جذر معلوم کیجیے۔

(i) 1024 (ii) 484 (iii) $\frac{196}{49}$ (iv) 6.25

(v) 0.0225 (vi) $\frac{1225}{3025}$ (vii) $2\frac{14}{25}$ (viii) $1\frac{40}{81}$

(ix) 10.89 (x) $1\frac{23}{121}$ (xi) $\frac{225}{324}$ (xii) 3.0625

(xiii) 29.16 (xiv) $1\frac{539}{1225}$

5- مفرد تجزی کی مدد سے درج ذیل کو ثابت کیجیے۔

(i) $\sqrt{16\times 81} = \sqrt{16}\times\sqrt{81}$ (ii) $\sqrt{0.25\times 0.04} = \sqrt{0.25}\times\sqrt{0.04}$

(iii) $\sqrt{\frac{5625}{625}} = \frac{\sqrt{5625}}{\sqrt{625}}$ (iv) $\sqrt{\frac{5.76}{1.44}} = \frac{\sqrt{5.76}}{\sqrt{1.44}}$

6- کسی فوجی حملے کے لیے 10201 فوجیوں نے اپنی پوزیشن کچھ یوں بنائی کہ قطاروں کی تعداد ہر قطار میں موجود فوجیوں کی تعداد کے برابر ہے۔ ہر قطار میں موجود فوجیوں کی تعداد بتائیے۔

7- کسی تاجر نے ایک مربع نما پارک خریدا جس کا رقبہ 50625 مربع میٹر ہے۔ تاجر اس پارک کے گرد ہر میٹر کے فاصلے پر لائٹ پول لگانا چاہتے ہیں۔ اس مقصد کے لیے اس پارک کا احاطہ معلوم کریں۔

- 8- ایک بچکے کے مستطیلی سوئمنگ پول کی لمبائی اور چوڑائی بالترتیب 125 میٹر اور 45 میٹر ہے۔ ایک مربع نما سوئمنگ پول کی لمبائی معلوم کیجیے جس کا رقبہ مستطیلی سوئمنگ پول کے برابر ہے۔
- 9- ایک ٹیچر نے 8 سینٹی میٹر اونچائی اور 18 سینٹی میٹر قاعدہ والی مثلث بنائی۔ اب وہ ایک مربع بنانا چاہتے ہیں جس کا رقبہ اس مثلث کا دو گنا ہو۔ اس مربع کے ضلع کی لمبائی معلوم کیجیے۔
- 10- حل کیجیے۔

- (i) 605 کو کس چھوٹے ترین عدد سے ضرب دیں کہ یہ مکمل مربع بن جائے؟
- (ii) 3675 کو کس چھوٹے ترین عدد سے تقسیم دیں کہ یہ مکمل مربع بن جائے؟
- (iii) ایک مربع کا رقبہ 94.09 میٹر ہے۔ اس کے ضلع کی لمبائی کیا ہے؟
- (iv) ایک مربع کے ضلع کی لمبائی 55.5 میٹر ہے۔ مربع کا رقبہ کیا ہے؟

خلاصہ

- کسی عدد کی خود سے ضرب اس عدد کا مکمل مربع کہلاتا ہے۔
- ایسا قدرتی عدد مکمل مربع ہوتا ہے جو کسی اور قدرتی عدد کا مربع ہو۔
- جفت عدد کا مربع جفت اور طاق عدد کا مربع طاق ہوتا ہے۔
- واجب کسر کا مربع اس کسر سے چھوٹا ہوتا ہے۔
- 1 سے چھوٹے اعشاری عدد کا مربع اُس اعشاری عدد سے چھوٹا ہوتا ہے۔
- جذر معلوم کرنا اور کسی عدد کا مربع لینا ایک دوسرے کے مخالف عمل ہیں۔
- اگر x ایسا عدد ہو کہ $x = y^2$ ، تو y کا مربع x کہلاتا ہے اور x کا جذر y کہلاتا ہے۔
- جذر کو ظاہر کرنے کے لیے علامت ” $\sqrt{\quad}$ “ استعمال کرتے ہیں جو ریڈیکل کہلاتی ہے۔
- مخلوط کسر کا جذر معلوم کرنے کے لیے اُسے غیر واجب کسر میں تبدیل کیا جاتا ہے۔
- اعشاری عدد کو کسر میں تبدیل کر کے اس کا جذر معلوم کیا جاتا ہے۔