الجبری جُملے

تدریسی مقاصد

اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلباوطالبات اِس قابل ہو جائیں گے کہ:

- مستقل رقم کی ایسی علامت کے طور پر تعریف کریں جس کی عددی قیمت مخصوص ہوتی ہے۔
- متغیر کو ایک ایسی مقدار کے طور پر یاد رکھیں جس کی مختلف عددی قیمتیں ہوتی ہیں۔
- غیر عددی قیمت کو ایسے نامعلوم عدد کے طور پر یاد رکھیں جس کو حروفِ تہجی سے ظاہر کیا گیا ہو۔
- الجبری جملے کو ایسے اعداد اور متغیرات کے مرکب کے طور پر یاد رکھیں جو بنیادی عوامل کی کسی علامت سے جُڑے ہوتے ہیں۔
- کثیر رقمی کی تعریف ایسے الجبری جملے کے طور پر کریں جس کے تمام متغیرات کی قوتیں مکمل اعداد ہوں۔
- یک رقمی، دو رقمی، سہ رقمی کو بالترتیب ایک رقم، دو رقموں اور تین رقموں والی کثیر رقمی کے طور پر پہچانیں۔
- دو یا زیادہ کثیر رقموں کو جمع کریں۔
- ایک کثیر رقمی میں سے دوسری کثیر رقمی کو تفریق کریں۔
- حاصل ضرب معلوم کریں۔
  - یک رقمی کا یک رقمی سے۔
  - یک رقمی کا دو رقمی / سہ رقمی سے۔
  - دو رقمی کا دو رقمی / سہ رقمی سے۔
- الجبری جملے بشمول جمع، تفریق اور ضرب کو مختصر کر پائیں۔
- الجبری کلیات کو پہچانیں اور اُن کی پڑتال کریں۔
  - $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab,$
  - $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2,$
  - $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2,$
  - $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$
- الجبری جملوں کے اجزائے ضربی (بذریعہ الجبری کلیات) معلوم کریں۔
- الجبری جملوں کے اجزائے ضربی (گروپ بنا کر) معلوم کریں۔

8.1 الجبری جُملے

الجبرا ریاضی کی اہم شاخوں میں سے ایک ہے۔ یہ ریاضی کی زبان میں چیزوں کے درمیان وقت کے ساتھ ساتھ تبدیل ہونے والے تعلقات کی ترجمانی کرتا ہے۔ ہم اپنی پچھلی جماعت میں الجبرا کے بنیادی نظریات بشمول کچھ بنیادی عوامل کے اثرات کا تعارف، متغیرات کے تصورات اور الجبری جملوں کے اختصار کے بعد اُن کی قیمتیں معلوم کرنا سیکھ چکے ہیں۔

کیا آپ جانتے ہیں؟
الجبرا عربی زبان کا لفظ ہے جس کا مطلب "جدا حصوں کو اکٹھا کرنا" ہوتا ہے۔

8.1.1 غیر عددی قیمتیں

ایسے حروف یا حروفِ تہجی جو نا معلوم مقداروں کو معلوم کرنے کے لیے استعمال ہوں، غیر عددی قیمتیں کہلاتی ہیں۔ مثال کے طور پر کسی مستطیل کا رقبہ اس کی لمبائی اور چوڑائی کو باہم ضرب دینے سے حاصل ہوسکتا ہے۔ یعنی

$$\text{رقبہ} = l \times b$$

جب کہ لمبائی $= l$ اور چوڑائی $= b$ ہے۔ ظاہر ہے l اور b نا معلوم مقداریں ہیں۔ لہٰذا یہ غیر عددی قیمتیں کہلاتی ہیں۔

8.1.2 مستقل

ایسی علامت جس کی کوئی مخصوص عددی قیمت ہو مستقل کہلاتی ہے۔ مثال کے طور پر الجبری جملہ $2x + 4y^2 + 5$ میں 5 ایک مستقل مقدار ہے۔

8.1.3 متغیر

ایسی علامت جو غیر عددی قیمت سے ظاہر کی جائے اور اس کی مختلف عددی قیمتیں ممکن ہوں، متغیر کہلاتی ہے۔ $x+1$ میں x متغیر اور 1 مستقل ہے۔

8.1.4 الجبری جملہ

اعداد اور متغیرات کا ایسا مرکب جس میں یہ بنیادی عوامل $(+, -, \times, \div)$ سے جڑے ہوں، الجبری جُملہ کہلاتا ہے۔ یعنی 8، $4x+y$، x^2+y^2، $a^2-2ab+b^2$ وغیرہ۔

- **الجبری رقوم**

الجبری جملے کے وہ حصے جو عوامل کی علامت "+" اور "–" سے علیحدہ کیے گئے ہوں، الجبری رقوم کہلاتے ہیں، یعنی $x+y$ میں x اور y دو الجبری رقوم ہیں۔

8.1.5 کثیر رقمی

بالعموم لفظ کثیر ایک سے زیادہ چیزوں کے لیے استعمال ہوتا ہے مگر الجبرا میں کثیر رقمی دو یا دو سے زیادہ رقوم کے علاوہ ایک رقم والے الجبری جملے کو بھی ظاہر کرتا ہے۔

کثیر رقمی کے لیے متغیرات کی تمام قوتیں مکمل اعداد ہونی چاہییں۔ مثال کے طور پر 9، $3x$، x^2+2، x^3+2x+1 وغیرہ سب جملے کثیر رقمی ہیں مگر $x^{-2}+1$، $x^{½}+3x+2$ وغیرہ کثیر رقمی نہیں ہیں کیوں کہ ان کی قوتیں $(-2, ½)$ مکمل اعداد نہیں ہیں۔

''ایسا الجبری جملہ جس کے متغیرات کی قوتیں سب کی سب مکمل اعداد ہوں، کثیر رقمی کہلاتا ہے۔''

8.1.6 یک رقمی، دو رقمی اور سہ رقمی کی پہچان

یک رقمی: ایک رقم پر مشتمل کثیر رقمی، یک رقمی کہلاتا ہے۔ یعنی 5، $3x$، $2ab$ وغیرہ یک رقمی ہیں۔

دو رقمی: دو رقوم پر مشتمل کثیر رقمی دو رقمی کہلاتا ہے۔ یعنی $6x+a$، $a-3b$ وغیرہ دو رقمیاں ہیں۔

سہ رقمی: تین رقوم پر مشتمل کثیر رقمی سہ رقمی کہلاتا ہے۔ یعنی x^2+3x+5، $2a+3b+c$ وغیرہ سہ رقمیاں ہیں۔

ہم عموماً کثیر رقمی کو ترتیب نزولی میں لکھتے ہیں اور کثیر رقمی کی یہ ترتیب ایک متغیر کے مطابق ہوتی ہے۔ مثلاً ہم کثیر رقمی $x^3y^2+y^4+x^4-x^2y^3$ کو x کے مطابق $x^4+x^3y^2-x^2y^3+y^4$ لکھتے ہیں۔

مشق 8.1

-1 رقوم کو جمع کر کے الجبری جملہ لکھیے۔

(i) $2ab, 3bc, ca$	(ii) $7l^2, 3m^2, -8$	(iii) $p^2, -q^2, -r^2$
(iv) $5xyz, 2yz, -8xy$	(v) $-2ab, a, -bc, c$	(vi) $9lm, 8mn, -10ml, -2$

-2 ہر جملے میں موجود مستقلات اور متغیرات لکھیے۔

(i) $x+3$	(ii) $3a+b-2$	(iii) $l^2+m^2+n^2$
(iv) $5a$	(v) $2x^2-1$	(vi) $3l^2-4n^2$

-3 یک رقمی، دو رقمی اور سہ رقمی کی شناخت کیجیے۔

(i) $x+y-z$	(ii) $-6l$	(iii) $2x^2-3$
(iv) abc	(v) $x^2+2xy+y^2$	(vi) $(-a)^3$
(vii) $l-m$	(viii) $7a^2-b^2$	(ix) $lm+mn+nl$
(x) $2a-3b-4c$	(xi) $11x^2y^2$	(xii) $a^3+a^2b+ab^2$

8.2 کثیر رقمی کے عوامل

یاد کریں کہ پچھلی جماعت میں ہم الجبرا پر بنیادی عوامل کا اطلاق کرنا سیکھ چکے ہیں۔ اب ہم ان کے بارے میں مزید سیکھیں گے۔

8.2.1 کثیر رقمیوں کی جمع اور تفریق

کثیر رقمیوں میں جمع اور تفریق کا وہی طریقہ ہے جو ایک جیسی رقوم کے لیے استعمال ہوتا ہے۔ یہ طریقہ درج ذیل ہے۔

- ہم کثیر رقمی کو کسی بھی ترتیب میں مرتب کر سکتے ہیں مگر بالعموم ہم اسے ترتیبِ نزولی میں مرتب کرتے ہیں اور ایک جیسی رقوم کو ایک کالم میں رکھ کر جمع کرتے ہیں۔
- تفریق کے عمل کے لیے ہم تفریق کی جانے والی کثیر رقمی کی رقوم کی صرف علامات تبدیل کر دیتے ہیں اور ان کو جمع کر دیتے ہیں۔

مثال 1: دیے گئے کثیر رقمیوں کو جمع کیجیے۔

(i) $2x^4y^2 + x^3y + x^2y - 5,\ 2x^2y - x^4y^2 + x^3y + 1,\ 2 - x^4y^2 + x^3y - 7x^2y$

(ii) $x^2 + y^2 + 2xy,\ y^2 + z^2 + 2yz,\ 2x^2 + 3y^2 + z^2,\ z^2 - 2xy - 2yz$

حل:

(i) $2x^4y^2 + x^3y + x^2y - 5,\ 2x^2y - x^4y^2 + x^3y + 1,\ 2 - x^4y^2 + x^3y - 7x^2y$

تمام کثیر رقمیوں کو ترتیب نزولی میں لکھیں اور ایک جیسی رقوم کو ایک کالم میں لکھیں۔

$$\begin{array}{rrrr} 2x^4y^2 + & x^3y + & x^2y & -5 \\ -\ x^4y^2 + & x^3y + & 2x^2y & +1 \\ -\ x^4y^2 + & x^3y - & 7x^2y & +2 \\ \hline 0x^4y^2 + & 3x^3y - & 4x^2y & -2 \\ \hline \end{array}$$

- $2x^4y^2 - x^4y^2 - x^4y^2 = (2-1-1)x^4y^2 = 0x^4y^2$
- $x^3y + x^3y + x^3y = (1+1+1)x^3y = 3x^3y$
- $x^2y + 2x^2y - 7x^2y = (1+2-7)x^2y = -4x^2y$
- $-5 + 1 + 2 = -2$

پس $3x^3y - 4x^2y - 2$ مطلوبہ کثیر رقمی ہے۔

(ii) $x^2 + y^2 + 2xy,\ y^2 + z^2 + 2yz,\ 2x^2 + 3y^2 + z^2,\ z^2 - 2xy - 2yz$

تمام کثیر رقمیوں کو نزولی ترتیب دیں اور ایک جیسی رقموں کو ایک ہی کالم میں لکھیں۔

$$\begin{array}{rrrrr} x^2 + & y^2 & & +2xy & \\ & +\ y^2 + & z^2 & & +2yz \\ 2x^2 + & 3y^2 + & z^2 & & \\ & & +\ z^2 & -2xy & -2yz \\ \hline 3x^2 + & 5y^2 + & 3z^2 & +0xy & +0yz \\ \hline \end{array}$$

- $x^2 + 2x^2 = (1+2)x^2 = 3x^3$
- $y^2 + y^2 + 3y^2 = (1+1+3)y^2 = 5y^2$
- $z^2 + z^2 + z^2 = (1+1+1)z^2 = 3z^2$
- $2xy - 2xy = (2-2)xy = 0$
- $2yz - 2yz = (2-2)yz = 0$

پس $3x^2 + 5y^2 + 3z^2$ مطلوبہ کثیر رقمی ہے۔

مثال 2: $3 + 2x - x^3y^2 + 4x^2y$ میں کیا جمع کریں کہ ہمیں $2x^3y^2 + x^2y - 3x - 1$ حاصل ہو جائے۔

حل: کثیر رقمیوں کو ترتیب نزولی میں لکھیں۔

$$\text{پہلی کثیر رقمی} = 2x^3y^2 + x^2y - 3x - 1$$

$$\text{دوسری کثیر رقمی} = -x^3y^2 + 4x^2y + 2x + 3$$

اگر ہم دوسری کثیر رقمی کو پہلی کثیر رقمی میں سے تفریق کریں تو ہمیں مطلوبہ کثیر رقمی حاصل ہو سکتی ہے۔

$$\begin{array}{r} 2x^3y^2 + x^2y - 3x - 1 \\ \mp x^3y^2 \pm 4x^2y \pm 2x \pm 3 \\ \hline 3x^3y^2 - 3x^2y - 5x - 4 \\ \hline \end{array}$$

- $2x^3y^2 + x^3y^2 = (2 + 1)x^3y^2 = 3x^3y^2$
- $x^2y - 4x^2y = (1-4)\, x^2y = -3x^2y$
- $-3x - 2x = (-3-2)\, x = -5x$
- $-1 - 3 = -4$

پس $3x^3y^2 - 3x^2y - 5x - 4$ مطلوبہ کثیر رقمی ہے۔

مثال 3: $3x^4y^2 + 11 + 4x^6y^4 - 6x^2y$ میں کیا تفریق کریں کہ ہمیں $1 + x^4y^2 - x^2y + x^6y^4$ حاصل ہو جائے؟

حل: کثیر رقمیوں کو ترتیبِ نزولی میں لکھیں۔

$$\text{پہلی کثیر رقمی} = 4x^6y^4 + 3x^4y^2 - 6x^2y + 11$$

$$\text{دوسری کثیر رقمی} = x^6y^4 + x^4y^2 - x^2y + 1$$

اگر ہم پہلی کثیر رقمی میں سے دوسری کثیر رقمی کو تفریق کریں تو ہم مطلوبہ کثیر رقمی حاصل کر سکتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 4x^6y^4 + 3x^4y^2 - 6x^2y + 11 \\ \pm x^6y^4 \pm x^4y^2 \mp x^2y \pm 1 \\ \hline 3x^6y^4 + 2x^4y^2 - 5x^2y + 10 \\ \hline \end{array}$$

- $4x^6y^4 - x^6y^4 = (4-1)\, x^6y^4 = 3x^6y^4$
- $3x^4y^2 - x^4y^2 = (3-1)\, x^4y^2 = 2x^4y^2$
- $-6x^2y + x^2y = (-6+1)\, x^2y = -5x^2y$
- $11 - 1 = 10$

پس $3x^6y^4 + 2x^4y^2 - 5x^2y + 10$ مطلوبہ کثیر رقمی ہے۔

مشق 8.2

-1 مندرجہ ذیل کثیر رقمیوں کو جمع کیجیے۔

(i) $x^2 + 2xy + y^2,\ x^2 - 2xy + y^2$

(ii) $x^3 + 3x^2y - 2xy^2 + y^3,\ 2x^3 - 5x^2y - 3xy^2 - 2y^3$

(iii) $a^5 + a^3b - 2ab^3 + b^3,\ 4a^5 + 3a^3b + 2ab^3 + 5b^3$

(iv) $2x^4y - 4x^3y^2 + 3x^2y^3 - 7xy^4,\ x^4y - 4x^3y^2 - 3x^2y^3 + 8xy^4$

(v) $ab^5 + 12a^2b^4 - 6a^3b^3 + 10a^4b^2 - a^5b,\ 4ab^5 - 8a^2b^4 + 6a^3b^3 - 6a^4b^2 + 4a^5b$

2- اگر $A = x - 2y + z$ ، $B = -2x + y + z$ اور $C = x + y - 2z$ تو معلوم کیجیے۔

(i) A – B (ii) B – C (iii) C – A
(iv) A – B – C (v) A + B – C (vi) A – B + C

3- $x^7 - x^6 + x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x + 1$ میں کیا جمع کریں کہ ہمیں $x^7 + x^5 + x^3 - 1$ حاصل ہو جائے؟

4- $2x^4y^3 - x^3y^2 - 3x^2y - 4$ میں کیا جمع کریں کہ ہمیں $5x^4y^3 + 2x^3y^2 + x^2y - 9$ حاصل ہو جائے؟

5- $5x^5y^5 - 3x^3y^3 + 10xy - 9$ میں سے کیا تفریق کریں کہ ہمیں $3x^5y^5 + 7x^3y^3 - 11xy + 19$ حاصل ہو جائے؟

8.2.2 کثیر رقمیوں کی ضرب

دو کثیر رقمیوں کو باہم ضرب دیتے ہوئے مبادلہ، تلازم اور تقسیمی کے قوانین کے ساتھ ساتھ ہم قوت نما کے قوانین بھی استعمال کرتے ہیں جو کہ دی گئی مثالوں سے ظاہر ہوتا ہے۔

یک رقمی کی یک رقمی سے ضرب

مثال 1: حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

(i) $5a^3$ اور $4a^2$ (ii) $3y^2$ اور $5x^2$ (iii) $3l^4m^2n$ اور $7l^5m^8n^6$

حل:

(i) $4a^2$ اور $5a^3$

$4a^2 \times 5a^3 = (4 \times 5)(a^2 \times a^3)$

$= (20)\,(a^{2+3})$ ∵ ضرب کا قانون $a^m \times a^n = a^{m+n}$

$= 20a^5$

(ii) $5x^2$ اور $3y^2$

$5x^2 \times 3y^2 = (5 \times 3)\,(x^2 \times y^2)$

$= (15)\,(x^2y^2)$

$= 15x^2y^2$

(iii) $3l^4m^2n$ اور $7l^5m^8n^6$

$3l^4m^2n \times 7l^5m^8n^6 = (3 \times 7)\,(l^4 \times l^5)\,(m^2 \times m^8)\,(n \times n^6)$

$= 21 \times l^{4+5} \times m^{2+8} \times n^{1+6} = 21\,l^9m^{10}n^7$

یک رقمی کی دو رقمی / سہ رقمی سے ضرب

مثال 2: مختصر کیجیے۔

(i) $3x^2(x^2 - y^2)$ (ii) $-6a^2\,(2a + 3b)$ (iii) $2l^2m^2n^2\,(2lm - 2mn + 5nl)$

حل:

(i) $3x^2\,(x^2 - y^2)$

$= (3x^2 \times x^2) - (3x^2 \times y^2)$

$= 3(x^{2+2}) - 3(x^2 \times y^2)$

$= 3x^4 - 3x^2y^2$

(ii) $-6a^2\,(2a + 3b)$

$= (-6a^2 \times 2a) + (-6a^2 \times 3b)$

$= (-6 \times 2)\,(a^2 \times a) + (-6 \times 3)(a^2 \times b)$

$= (-12)(a^{2+1}) + (-18)\,(a^2b)$

$= -12a^3 - 18a^2b$

(iii) $2l^2m^2n^2\,(3lm - 2mn + 5nl)$

$= (2l^2m^2n^2 \times 3lm) - (2l^2m^2n^2 \times 2mn) + (2l^2m^2n^2 \times 5nl)$

$= (2 \times 3)\,(l^2m^2n^2 \times lm) - (2\times2)\,(l^2m^2n^2 \times mn) + (2 \times 5)\,(l^2m^2n^2 \times nl)$

$= (6)\,(l^{2+1}m^{2+1}n^2) - (4)\,(l^2m^{2+1}n^{2+1}) + (10)\,(l^{2+1}m^2n^{2+1})$

$= (6)\,(l^3m^3n^2) - (4)\,(l^2m^3n^3) + (10)\,(l^3m^2n^3)$

$= 6l^3m^3n^2 - 4l^2m^3n^3 + 10l^3m^2n^3$

مشق 8.3

-1 ضرب دیجیے۔

(i) $7m$ اور -8 (ii) $2ab$ اور $3a^2b^2$ (iii) $4xy$ اور $2x^2y$

(iv) $-4ab$ اور $-2bc$ (v) $3lm^3$ اور $3mn$ (vi) $-6x^2y$ اور $3xyz^2$

(vii) $2a^2b$ اور $5a^2b^3$ (viii) l^2mn اور lm^3n^6 (ix) $-4x^2yz^7$ اور $8xy^4z^3$

-2 مختصر کیجیے۔

(i) $lm\,(l + m)$ (ii) $4p\,(p + q)$ (iii) $3a\,(a - b)$

(iv) $2x\,(3x + 4y)$ (v) $2a\,(2b - 2c)$ (vi) $2lm\,(l^2m^2 - n)$

(vii) $a\,(a + b - c)$ (viii) $3x\,(x - 2y - 2z)$ (ix) $3p^2q\,(p^3 + q^2 - r^4)$

مثال 3: ضرب دیجیے۔

(i) $(x + 3)\,(x - 1)$ (ii) $(2a + 3b)\,(2a - 3b)$

(iii) $(m + 2)(m^2 - 2m + 3)$ (iv) $(2x - 1)(x^2 - 5x + 6)$

حل:

(i) $(x + 3)\,(x - 1)$

$$\begin{array}{r} x + 3 \\ \times\quad x - 1 \\ \hline x^2 + 3x \\ - x - 3 \\ \hline x^2 + 2x - 3 \end{array}$$

پس $(x + 3)\,(x - 1) = x^2 + 2x - 3$

(ii) $(2a + 3b)\,(2a - 3b)$

$$\begin{array}{r} 2a + 3b \\ \times\quad 2a - 3b \\ \hline 4a^2 + 6ab \\ - 6ab - 9b^2 \\ \hline 4a^2 - 9b^2 \end{array}$$

$\because 2a \times 3b = 6ab$

پس $(2a + 3b)\,(2a - 3b) = 4a^2 - 9b^2$

(iii) $(m + 2)\,(m^2 - 2m + 3)$

$$\begin{array}{r} m^2 - 2m + 3 \\ m + 2 \\ \hline m^3 - 2m^2 + 3m \\ + 2m^2 - 4m + 6 \\ \hline m^3 \qquad - m + 6 \end{array}$$

پس $(m + 2)\,(m^2 - 2m + 3) = m^3 - m + 6$

مثال4: مختصر کیجیے۔

(i) $2x^2(x^3-x)-3x(x^4-2x)+2(x^4-3x^2)$

(ii) $(5a^2-6a+9)(2a-3)-(2a^2-5a+4)(5a+1)$

حل:

(i) $2x^2(x^3-x)-3x(x^4-2x)+2(x^4-3x^2)$

$= (2x^2\times x^3-2x^2\times x)-(3x\times x^4-3x\times 2x)+(2x^4-6x^2)$

$= (2x^{2+3}-2x^{2+1})-(3x^{1+4}-6x^{1+1})+(2x^4-6x^2)$

$= (2x^5-2x^3)-(3x^5-6x^2)+(2x^4-6x^2)$

$= 2x^5-2x^3-3x^5+6x^2+2x^4-6x^2$

$= (2x^5-3x^5)+2x^4-2x^3+(6x^2-6x^2)$

$= -x^5+2x^4-2x^3$

(ii) $(5a^2-6a+9)(2a-3)-(2a^2-5a+4)(5a+1)$

$$\begin{array}{rrrr} 5a^2 & -6a & +9 & \\ \times\, 2a & -3 & & \\ \hline 10a^3 & -12a^2 & +18a & \\ & -15a^2 & +18a & -27 \\ \hline 10a^3 & -27a^2 & +36a & -27 \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr} 2a^2 & -5a & +4 & \\ \times\, 5a & +1 & & \\ \hline 10a^3 & -25a^2 & +20a & \\ & +2a^2 & -5a & +4 \\ \hline 10a^3 & -23a^2 & +15a & +4 \end{array}$$

$(5a^2-6a+9)(2a-3)-(2a^2-5a+4)(5a+1)$

$= (10a^3-27a^2+36a-27)-(10a^3-23a^2+15a+4)$

$= 10a^3-27a^2+36a-27-10a^3+23a^2-15a-4$

$= (10a^3-10a^3)+(-27a^2+23a^2)+(36a-15a)+(-27-4)$

$= -4a^2+21a-31$

مشق 8.4

1- ضرب دیجیے۔

(i)	$(3a+4)(2a-1)$	(ii)	$(m+2)(m-2)$
(iii)	$(x-1)(x^2+x+1)$	(iv)	$(p-q)(p^2+pq+q^2)$
(v)	$(x+y)(x^2-xy+y^2)$	(vi)	$(a+b)(a-b)$
(vii)	$(l-m)(l^2-2lm+m^3)$	(viii)	$(3p-4q)(3p+4q)$
(ix)	$(1-2c)(1+2c)$	(x)	$(2x-1)(4x^2+2x+1)$
(xi)	$(a+b)(a^2-ab+b^2)$	(xii)	$(3-b)(2b-b^2+3)$

-2 مختصر کیجیے۔

(i) $(x^2 + y^2)(3x + 2y) + xy(x - 3y)$

(ii) $(4x + 3y)(2x - y) - (3x - 2y)(x + y)$

(iii) $(2m^2 - 5m + 4)(m + 2) - (m^2 + 7m - 8)(2m - 3)$

(iv) $(3x^2 + 2xy - 2y^2)(x + y) - (x^2 - xy + y^2)(x - y)$

8.3 الجبری کلیات

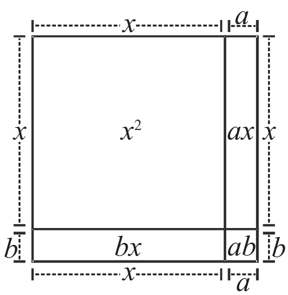
ایک الجبری کلیہ الجبری رقوم پر مشتمل مختصر ترین شکل ہوتی ہے جس سے ہمیں لمبے حسابی عمل کو مختصر اور آسان طریقے سے حل کرنے کا قانون ملتا ہے۔ مثال کے طور پر چار مستطیلی دیواروں کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے درج ذیل کلیہ کو مختصر طریقہ کے طور پر استعمال کرتے ہیں۔

چار دیواری کا رقبہ $= 2(\ell + b) \times h$

اب ہم کچھ الجبری کلیات کے بارے میں جانتے ہیں۔

کلیہ 1: $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

ثبوت:

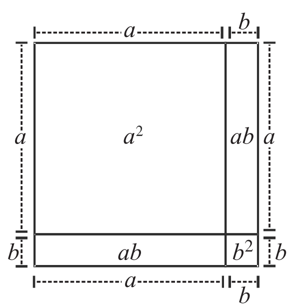


$$
\begin{aligned}
\text{L.H.S.} &= (x + a)(x + b) \\
&= x(x + b) + a(x + b) \\
&= x^2 + bx + ax + ab \\
&= x^2 + (b + a)x + ab \\
&= x^2 + (a + b)x + ab = \text{R.H.S.}
\end{aligned}
$$

پس L.H.S. = R.H.S.

کلیہ 2: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

ثبوت:

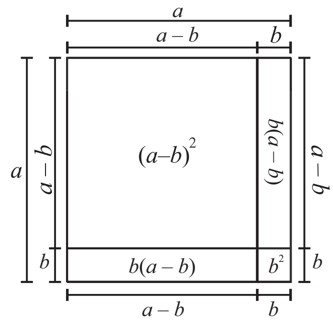


$$
\begin{aligned}
\text{L.H.S.} &= (a + b)^2 = (a + b)(a + b) \\
&= a(a + b) + b(a + b) \\
&= a^2 + ab + ba + b^2 \\
&= a^2 + ab + ab + b^2 \\
&= a^2 + 2ab + b^2 = \text{R.H.S.}
\end{aligned}
$$

پس L.H.S. = R.H.S.

کلیہ 3: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

ثبوت:

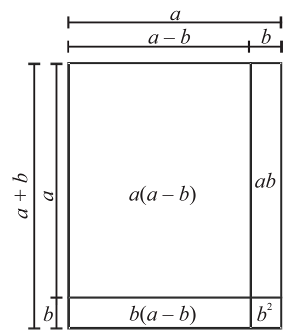


$$\begin{aligned}
\text{L.H.S.} &= (a-b)^2 = (a-b)(a-b)\\
&= a(a-b) - b(a-b)\\
&= a^2 - ab - ba + b^2\\
&= a^2 - ab - ab + b^2\\
&= a^2 - 2ab + b^2 = \text{R.H.S.}
\end{aligned}$$

پس L.H.S. = R.H.S.

کلیہ 4: $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

ثبوت:



$$\begin{aligned}
\text{L.H.S.} &= (a-b)(a+b)\\
&= a(a+b) - b(a+b)\\
&= a^2 + ab - ba - b^2\\
&= a^2 + ab - ab - b^2\\
&= a^2 - b^2 = \text{R.H.S.}
\end{aligned}$$

پس L.H.S. = R.H.S.

مثال 1: کلیے کی مدد سے دو رقمیوں کو مختصر کیجیے۔

(i) $(x+6)(x+5)$ (ii) $(x-4)(x-8)$ (iii) $(2x+9)(2x-3)$

حل:

(i) $(x+6)(x+5)$

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

$(x+6)(x+5) = x^2 + (6+5)x + (6\times 5)$

$= x^2 + 11x + 30$

(ii) $(x-4)(x-8)$

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

$(x-4)(x-8) = x^2 + (-4-8)x + (-4)\times(-8)$

$= x^2 - 12x + 32$

(iii) $(2x+9)(2x-3)$

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

$(2x+9)(2x-3) = (2x)^2 + (9-3)2x + 9\times(-3)$

$= 4x^2 + (6)2x + (-27)$

$= 4x^2 + 12x - 27$

مثال 2: کلیہ استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل دو رقمیوں کا حاصلِ ضرب معلوم کیجیے۔

(i) $4a + 3b$ (ii) $2x - 3y$

حل:

(i) $4a + 3b$

کلیہ کی مدد سے

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(4a+3b)^2 = (4a)^2 + 2\times(4a)\times(3b) + (3b)^2$$

$$= 16a^2 + 24ab + 9b^2$$

(ii) $2x - 3y$

کلیہ کی مدد سے

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(2x-3y)^2 = (2x)^2 - 2\times(2x)\times(3y) + (3y)^2$$

$$= 4x^2 - 12xy + 9y^2$$

مثال 3: کلیے کی مدد سے درج ذیل دو رقمیوں کا حاصل ضرب لکھیے۔

(i) $(3x-4y), (3x+4y)$

(ii) $(7a-9b), (7a+9b)$ (iii) $(6x^2y^2 + 8a^2b^2), (6x^2y^2 - 8a^2b^2)$

حل:

(i) $(3x-4y), (3x+4y)$

کلیے کی مدد سے

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(3x+4y)(3x-4y) = (3x)^2 - (4y)^2$$

$$= 9x^2 - 16y^2$$

(ii) $(7a-9b), (7a+9b)$

کلیے کی مدد سے

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(7a+9b)(7a-9b) = (7a)^2 - (9b)^2$$

$$= 49a^2 - 81b^2$$

(iii) $(6x^2y^2 + 8a^2b^2), (6x^2y^2 - 8a^2b^2)$

کلیہ کی مدد سے

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(6x^2y^2 + 8a^2b^2)(6x^2y^2 - 8a^2b^2) = (6x^2y^2)^2 - (8a^2b^2)^2$$

$$= 36x^4y^4 - 64a^4b^4$$

مشق 8.5

-1 کلیے کی مدد سے نیچے دیے گئے دو رقمیوں کو مختصر کیجیے۔

(i)	$(x+1)(x+2)$	(ii)	$(x-2)(x-4)$
(iii)	$(a+5)(a+3)$	(iv)	$(b+6)(b-9)$
(v)	$(2x+3)(2x-7)$	(vi)	$(2y+1)(2y+5)$
(vii)	$(3b-1)(3b-7)$	(viii)	$(4x+5)(4x+3)$
(ix)	$(5y-2)(5y+6)$	(x)	$(8a+7)(8a-3)$

-2 نیچے دیے گئے دو رقمیوں کا مربع کلیے کی مدد سے معلوم کیجیے۔

(i)	$x+y$	(ii)	$3a+4$	(iii)	$x-y$
(iv)	$a+2b$	(v)	$2x+3y$	(vi)	$2a-b$
(vii)	$3x-2y$	(viii)	$4x+5y$	(ix)	$7a-8b$

-3 کلیے کی مدد سے نیچے دیے گئے دو رقمیوں کا حاصلِ ضرب معلوم کیجیے۔

(i)	$(x+y)(x-y)$	(ii)	$(3a-8)(3a+8)$
(iii)	$(2a+7b)(2a-7b)$	(iv)	$(x+3y)(x-3y)$
(v)	$(6a-5b)(6a+5b)$	(vi)	$(9x-11y)(9x+11y)$

8.4 الجبری جملوں کی تجزی

حساب میں ہم جان چکے ہیں کہ ایسے اعداد جن کا حاصلِ ضرب معلوم کرنے کے لیے باہم ضرب دی جائے، حاصل ضرب کے عاد کہلاتے ہیں۔مثال کے طور پر

(i) $3 \times 3 \times 2 \times 1 = 18$

اسی طرح الجبرا میں اگر کوئی الجبری جملہ دو یا دو سے زیادہ الجبری جملوں کا حاصلِ ضرب ہو تو یہ دو یا دو سے زیادہ الجبری جملے حاصل ضرب کے عاد کہلاتے ہیں۔

(ii) $3xy - 3xz = 3x(y - z)$

یہاں (ii) میں $3xy - 3xz$ کے عاد 3، x اور $(y - z)$ ہیں اور 3 اور x مکمل جملے میں مشترک عاد ہیں۔لہٰذا ایک الجبری جملے کی تجزی کی تعریف کچھ یوں کر سکتے ہیں۔

”کسی الجبری جملے کو دو یا دو سے زیادہ جملوں کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھنا جو کہ اس کو پورا پورا تقسیم کر سکیں، تجزی کرنا کہلاتا ہے۔“

الجبرا میں تجزی کا متضاد حاصلِ ضرب ہے۔اس عمل میں عادوں کو باہم ضرب دی جاتی ہے تا کہ وہی الجبری جملہ دوبارہ حاصل کیا جا سکے۔

مثال 1: نیچے دیے گئے جملوں کی تجزی کیجیے۔

(i) $3a + 6b + 9c$ (ii) $a(x - y) - b(x - y)$

حل:

(i) $3a + 6b + 9c$

(3 تمام الجبری جملے میں مشترک جزو ضربی ہے۔)

$= 3(a + 2b + 3c)$

(ii) $a(x - y) - b(x - y)$

($(x - y)$ مشترک عاد ہے۔)

$= (x - y)(a - b)$

مثال 2: تجزی کیجیے۔

(i) $(ax - y) - (ay - x)$ (ii) $(x^2 + yz) - (y + z)x$

حل:

(i)
$$(ax - y) - (ay - x)$$
$$= ax - y - ay + x$$
$$= ax + x - ay - y$$
$$= x(a + 1) - y(a + 1)$$
$$= (x - y)(a + 1)$$

(ii)
$$(x^2 + yz) - (y + z)x$$
$$= x^2 + yz - yx - zx$$
$$= x^2 - zx - yx + yz$$
$$= x(x - z) - y(x - z)$$
$$= (x - y)(x - z)$$

• a^2-b^2 قسم کے جملوں کی تجزی

اگر دو مربع رقوم تفریق ہو رہی ہوں تو ان کی تجزی میں ایک جزو ضربی دونوں کا مجموعہ اور دوسرا جزو ضربی دونوں کا فرق ہوگا۔

مثال کے طور پر دو مربع والی رقموں کا فرق a^2-b^2 ہو تو:

$$\begin{aligned} a^2-b^2 &= a^2+ab-ab-b^2 \\ &= a(a+b)-b(a+b) \\ &= (a-b)(a+b) \end{aligned}$$

مثال 3: تجزی کیجیے۔

(i) $49x^2-81y^2$ (ii) $18a^2x^2-32b^2y^2$ (iii) $(6a-8b)^2-49c^2$

حل:

(i) $49x^2-81y^2$

$$\begin{aligned} &= (7x)^2-(9y)^2 \\ &= (7x-9y)(7x+9y) \end{aligned}$$

$\because a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

(ii) $18a^2x^2-32b^2y^2$

$$\begin{aligned} &= 2[9a^2x^2-16b^2y^2] \\ &= 2[(3ax)^2-(4by)^2] \\ &= 2(3ax-4by)(3ax+4by) \end{aligned}$$

$\because a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

(iii) $(6a-8b)^2-49c^2$

$$\begin{aligned} &= (6a-8b)^2-(7c)^2 \\ &= (6a-8b-7c)(6a-8b+7c) \end{aligned}$$

$\because a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

مشق 8.6

-1 اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) $5x^2y-10xy^2$
(ii) $2a-4b+6c$
(iii) $9x^4+6y^2+3$
(iv) $a^3b+a^2b^2+ab^3$
(v) $x^2yz+xy^2z+xyz^2$
(vi) bx^3+bx^2-x-1
(vii) $x^2+qx+px+pq$
(viii) $ab-a-b+1$
(ix) $(pm+n)+(pn+m)$
(x) $(a^2+bc)-(b+c)a$
(xi) $x^2-(m+n)x+mn$
(xii) $x^3-y^2+x-x^2y^2$

-2 کلیے کی مدد سے تجزی کیجیے۔

(i)	$4a^2 - 25$	(ii)	$4x^2 - 9y^2$	(iii)	$9a^2 - b^2$
(iv)	$9m^2 - 16n^2$	(v)	$16b^2 - a^2$	(vi)	$-1 + (x+1)^2$
(vii)	$8x^2 - 18y^2$	(viii)	$(a+b)^2 - c^2$	(ix)	$x^2 - (y+z)^2$
(x)	$7x^2 - 7y^2$	(xi)	$5a^2 - 20b^2$	(xii)	$x^4 - y^4$

$a^2 \pm 2ab + b^2$ شکل کے جملوں کی تجزی

ہم جانتے ہیں کہ دو رقمی کے مربع کو پہلی رقم کے مربع جمع/تفریق دونوں رقوم کے حاصلِ ضرب کا دوگنا جمع دوسری رقم کے مربع کی شکل میں کھولا جاسکتا ہے۔یعنی:

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

مثال 1: اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) $8x^2 - 56x + 98$ (ii) $16a^4 + 24a^2b^2 + 9b^2$

حل:

(i) $8x^2 - 56x + 98$

$= 2[4x^2 - 28x + 49]$

$= 2[(2x)^2 - 2(2x)(7) + (7)^2]$ $\because 28x = 2(2x)(7)$

$= 2(2x-7)^2$

$\because a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

پس مطلوبہ اجزائے ضربی 2 اور $(2x-7)^2$ ہیں۔

(ii) $16a^4 + 24a^2b^2 + 9b^4$

$= (4a^2)^2 + 2(4a^2)(3b^2) + (3b^2)^2$ $\because 2(4a^2)(3b^2) = 24a^2b^2$

$= (4a^2 + 3b^2)^2$

$\because a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

پس مطلوبہ اجزا $(4a^2 + 3b^2)^2$ ہیں۔

مثال 2: $\frac{l^2}{m^2}a^2 - \frac{2l}{n}ab + \frac{m^2}{n^2}b^2$ کی تجزی کریں۔

حل:

$$\frac{l^2}{m^2}a^2 - \frac{2l}{n}ab + \frac{m^2}{n^2}b^2$$

$$= \left(\frac{l}{m}a\right)^2 - 2\left(\frac{l}{m}a\right)\left(\frac{m}{n}b\right) + \left(\frac{m}{n}b\right)^2 \qquad \because\ 2\left(\frac{l}{m}a\right)\left(\frac{m}{n}b\right) = 2\frac{l}{n}ab$$

$$\left(\frac{l}{m}a\right)^2 - 2\left(\frac{l}{m}a\right)\left(\frac{m}{n}b\right) + \left(\frac{m}{n}b\right)^2 = \left(\frac{l}{m}a - \frac{m}{n}b\right)^2 \qquad \because\ a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

پس، مطلوبہ اجزائے ضربی $\left(\frac{l}{m}a - \frac{m}{n}b\right)^2$ ہیں۔

مشق 8.7

-1 کلیے کی مدد سے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) $x^2 + 8x + 16$ (ii) $x^2 - 2x + 1$

(iii) $a^4 - 14a^2 + 49$ (iv) $1 + 10m + 25m^2$

(v) $4x^2 - 12xy + 9y^2$ (vi) $9a^2 + 30ab + 25b^2$

(vii) $16a^2 + 56ab + 49b^2$ (viii) $36x^2 + 108xy + 81y^2$

(ix) $49m^2 + 154m + 121$ (x) $64a^2 - 208ab + 169b^2$

(xi) $3x^4 + 24x^2 + 48$ (xii) $11x^2 + 22x + 11$

(xiii) $44a^4 - 44a^3b + 11a^2b^2$ (xiv) $a^4 + 16a^2b + 64b^2$

(xv) $1 - 4xyz + 4x^2y^2z^2$ (xvi) $16x^3y - 40x^2y^2 + 25xy^3$

-2 کلیے کی مدد سے تجزی کیجیے۔

(i) $a^2x^2 + 2abcx + b^2c^2$ (ii) $\frac{l^2}{4} + lmn + m^2n^2$

(iii) $\frac{4}{9}x^2 - xy + \frac{9}{16}y^2$ (iv) $\frac{121}{169}a^2 - 2ab + \frac{169}{121}b^2$

(v) $\frac{a^2x^2}{b^2} - \frac{2axy}{c} + \frac{b^2y^2}{c^2}$ (vi) $\frac{l^4}{n}x^4 - 2\frac{l^2m^2}{n}x^2y^2 + \frac{m^4}{n}y^4$

(vii) $a^2b^2c^2x^2 - 2a^2b^2cdxy + a^2b^2d^2y^2$ (viii) $\frac{b^2}{c^2}x^4 + \frac{2b}{a}x^3y + \frac{c^2}{a^2}x^2y^2$

• گروپ بنا کر تجزی کرنا

نیچے دیے گئے الجبری جملوں پر غور کریں۔

• $x^2 + ax + 4x + 4a$ • $al + bm + bl + am$ • $pq - 2p - q + 2$

مندرجہ بالا جملوں میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ان میں کوئی مشترک عاد نہیں ہے اور یہ دیگر تینوں اقسام جن کا ہم پہلے ہی تذکرہ کر چکے ہیں میں سے نہیں ہیں۔ اس قسم کے جملوں کے اجزائے ضربی جاننے کے لیے ہم ان کو مرتب کرتے ہیں اور پھر ان کے گروپ بناتے ہیں جیسا کہ نیچے دی گئی مثالوں سے ظاہر ہے۔

مثال 1: $5a + xa + 5x + x^2$ کی تجزی کیجیے۔

حل: $5a + xa + 5x + x^2$

پہلا قدم: جملے کو مرتب کریں۔ $x^2 + 5x + xa + 5a$

دوسرا قدم: گروپ بنائیں۔ $(x^2 + 5x) + (xa + 5a)$

تیسرا قدم: مشترک عادوں کو علیحدہ کیجیے۔ $x(x + 5) + a(x + 5)$

چوتھا قدم: مشترک جملے کو علیحدہ کیجیے۔ $(x + 5)(x + a)$

مثال 2: $2a^2b + 4ab^2 - 2ab - 4b^2$ کی تجزی کیجیے۔

حل: $2a^2b + 4ab^2 - 2ab - 4b^2$

پہلا قدم: جملے کو مرتب کریں۔ $2a^2b - 2ab + 4ab^2 - 4b^2$

اور مشترک اجزائے ضربی باہر نکالیں۔ $= 2b(a^2 - a + 2ab - 2b)$

دوسرا قدم: گروپ بنائیں۔ $= 2b[(a^2 - a) + (2ab - 2b)]$

تیسرا قدم: مشترک عادوں کو علیحدہ کیجیے۔ $= 2b[a(a - 1) + 2b(a - 1)]$

چوتھا قدم: مشترک جملے کو علیحدہ کیجیے۔ $= 2b[(a - 1)(a + 2b)]$

پس مطلوبہ اجزائے ضربی $2b(a-1)(a+2b)$ ہیں۔

مشق 8.8

-1 نیچے دیے گئے جملوں کی تجزی کیجیے۔

(i) $lx - my + mx - ly$ (ii) $2xy - 6yz + x - 3z$ (iii) $p^2 + 2p - 3p - 6$

(iv) $x^2 + 5x - 2x - 10$ (v) $m^2 - 7m + 2m - 14$ (vi) $a^2 + 3a - 4a - 12$

(vii) $x^2 - 9x + 3x - 27$ (viii) $z^2 - 8z - 4z + 32$ (ix) $t^2 - st + t - s$

(x) $n^2 + 5n - n - 5$ (xi) $a^2b^2 + 7ab - ab - 7$ (xii) $l^2m^2 - 13lm - 2lm + 26$

اعادہ مشق 8

-1 درج ذیل سوالوں کے جوابات دیجیے۔

(i) غیر عددی قیمت سے کیا مراد ہے؟ (ii) مستقل کی تعریف کریں۔

(iii) دورقمی کس کو کہتے ہیں؟ (iv) الجبری کلیہ کیا ہوتا ہے؟

(v) الجبری جملے کی تجزی کی تعریف کریں۔

-2 خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

(i) $(a+b)^2 =$ ______ (ii) $(a-b)^2 =$ ______

(iii) $(x+a)(x+b) =$ ______ (iv) $a^2 - b^2 =$ ______

(v) ایسی علامت جو کسی غیر عددی قیمت سے ظاہر ہو اور اس کی بہت سی عددی قیمتیں ممکن ہوں..........کہلاتی ہے۔

(vi) ایسی کثیر رقمی جو صرف ایک رقم پر مشتمل ہو................کہلاتا ہے۔

-3 دُرست جواب پر (✓) کا نشان لگائیے۔

(i) $x^2 - x = ?$

(الف) x (ب) $x(x-1)$ (ج) x^2 (د) $x - x^2$

(ii) ایسی کثیر رقمی جس میں دو رقوم پر مشتمل ہو، کہلاتا ہے:

(الف) تجزی (ب) یک رقمی (ج) دورقمی (د) سہ رقمی

(iii) ایسی علامت جس کی ایک مخصوص قیمت ہو، کہلاتی ہے:

(الف) رقم (ب) متغیر (ج) مستقل (د) غیر عددی قیمت

(iv) $a^2 - 9$ کے اجزائے ضربی ہیں۔

(الف) $(a+3)(a-3)$ (ب) $(a+9)(a-9)$ (ج) $(a-3)(a-3)$ (د) $(a-9)(a-9)$

(v) $(x-y)(x-y) = ?$

(الف) $x^2 - y^2$ (ب) $x^2 + 2xy + y^2$ (ج) $x^2 - 2xy + y^2$ (د) $x^2 + y^2$

-4 اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) $10a^2 - 200a^4b$ (ii) $36x^3y^3z^3 - 27x^2y^4z + 63xyz^4$

(iii) $15x^4y + 21x^3y^2 - 27x^2y^2 - 33xy^4$ (iv) $x(a^2+11) - 16(a^2+11)$

(v) $x^2(ab+c) + xy(ab+c) + z^2(ab+c)$

-5 اگر $A= 2\,(x^2 + y^2 + z^2)$ ، $B= -x^2 + 3y^2 - 2z^2$ اور $C = x^2 - y^2 - 3z^2$ ہو تو معلوم کیجیے۔

(i) $A + B + C$ (ii) $B + C - A$ (iii) $A - B + C$

(iv) $A + B - C$ (v) $A - B - C$ (vi) $B - C - A$

-6 نیچے دیے گئے کثیر رقمیوں کو مختصر کیجیے۔

(i) $(x - 2y)\,(x + 2y)$ (ii) $(4x^2)\,(3x + 1)$ (iii) $2x\,(x + y) - 2y\,(x - y)$

(iv) $(a^2b^3)\,(2a - 3b)$ (v) $(a^2 - b^2)\,(a^2 + b^2)$ (vi) $(a^2 + 1)\,(a^2 - a - 1)$

(vii) $x\,(y + 1) - y\,(x + 1) - (x - y)$ (viii) $a^2(b^2 - c^2) + b^2(c^2 - a^2) + c^2\,(a^2 - b^2)$

-7 کلیے کی مدد سے درج ذیل کو مختصر کیجیے۔

(i) $(3x - 4)\,(3x + 5)$ (ii) $(2a - 5b)^2$

-8 تجزی کیجیے۔

(i) $a^2 - 26a + 169$ (ii) $1 - 6x^2y^2z + 9x^4y^4z^2$ (iii) $7ab^2 - 343a$

(iv) $75 - 3\,(x - y)^2$ (v) $49\,(x + y)^2 - 16\,(x - y)^2$ (vi) $\frac{9}{16}a^2 + ab + \frac{4}{9}b^2$

(vii) $\frac{a^2}{b^2}l^2 - \frac{2ac}{bd}lm + \frac{c^2}{d^2}m^2$ (viii) $(a - \frac{9}{5})^2 - \frac{36}{25}m^2$

خلاصہ

- ایسے حروف یا حروفِ تہجی جو نا معلوم مقداروں کو معلوم کرنے کے لیے استعمال ہوں، غیر عددی قیمتیں کہلاتی ہیں۔
- ایسی علامت جو غیر عددی قیمت سے ظاہر کی جائے اور اس کی مختلف عددی قیمتیں ممکن ہوں۔ متغیر کہلاتی ہے۔
- ایسی علامت جس کی کوئی مخصوص عددی قیمت ہو، مستقل کہلاتی ہے۔
- اعداد اور متغیرات کا ایسا مرکب جس میں یہ بنیادی عوامل سے جڑے ہوں، الجبری جملہ کہلاتا ہے۔
- الجبری جملے کے وہ حصے جو عوامل کی علامات "+" اور "−" سے علیحدہ کیے گئے ہوں اس کی رقوم کہلاتی ہیں۔
- ایسا الجبری جملہ جس کے متغیرات کی قوتیں سب کی سب مکمل اعداد ہوں، کثیر رقمی کہلاتا ہے۔
- کثیر رقمی کو کسی بھی ترتیب میں لکھا جا سکتا ہے مگر عموماً ہم اسے ترتیب نزولی میں لکھتے ہیں۔
- ایسی الجبری مساوات جس کے متغیرات تمام قیمتوں کے لیے دُرست ثابت ہوں، الجبری کلیہ کہلاتا ہے۔
- کسی الجبری جملے کو دو یا دو سے زیادہ جملوں کے حاصلِ ضرب کی شکل میں لکھنا جو اس الجبری جملے کو پورا پورا تقسیم کر سکیں، تجزی کرنا کہلاتا ہے۔