

اس پونٹ کو پڑھنے کے بعد طلبہ اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ:

- غیر ناطق اعداد کی تعریف کر سکیں۔
- ناطق اور غیر ناطق اعداد کی پہچان کر سکیں۔
- حقیقی اعداد کی تعریف کر سکیں۔
- محتم اور غیر محتم کسور کا اظہار بذریعہ متوالی اور غیر متوالی کسور اعشاریہ کر سکیں۔
- کسی عدد کا مکمل مربع معلوم کر سکیں۔
- قدرتی اعداد کے مربعوں کا نمونہ قائم کر سکیں، مثلاً $4^2 = 1+2+3+4+3+2+1$ ۔
- جذر معلوم کرنا بذریعہ مفرد تجزی و تقسیم:
- قدرتی اعداد جیسے 16، 625، 1600 وغیرہ۔
- کسر عام جیسے $\frac{9}{16}$ ، $\frac{36}{49}$ ، $\frac{49}{64}$ وغیرہ۔
- کسر اعشاریہ جو مکمل مربع ہوں 0.01، 1.21، 0.64 وغیرہ۔
- ایسے اعداد کا جذر معلوم کر سکیں جو مکمل مربع نہ ہوں۔ مثلاً 2، 3، 2.5 وغیرہ۔
- کسی عدد کے جذر میں ہندسوں کی تعداد معلوم کر سکیں۔
- اگر مکمل مربع میں ہندسوں کی تعداد "n" ہے تو اس کے جذر میں ہندسوں کی تعداد اس طرح ہوگی:
- ◀ اگر مکمل مربع میں ہندسوں کی تعداد جفت ہے۔ یعنی "n" جفت ہے تو جذر میں ہندسوں کی تعداد $\frac{n}{2}$ ہوگی۔
- ◀ اگر مکمل مربع میں ہندسوں کی تعداد طاق ہے۔ یعنی "n" طاق ہے تو جذر میں ہندسوں کی تعداد $\frac{n+1}{2}$ ہوگی۔
- جذر المربع کے متعلقہ روزمرہ زندگی میں مسائل کا حل کر سکیں۔
- کسی عدد کا مکمل مربع معلوم کر سکیں۔
- مکعب اور جذر المکعب کی پہچان کر سکیں۔
- مکمل مکعب اعداد کا جذر المکعب معلوم کر سکیں۔
- اعداد کے مکعب کی خصوصیات کی پہچان کر سکیں۔

2.1 غیر ناطق اعداد (Irrational Numbers)

2.1.1 غیر ناطق اعداد کی تعریف

ایسے اعداد جنہیں $\frac{p}{q}$ کی شکل میں نہیں لکھا جاسکتا جبکہ $p, q \in Z$ اور $q \neq 0$ کو غیر ناطق اعداد کہتے ہیں۔ ہم جانتے ہیں کہ کوئی ناطق عدد ایسا نہیں جس کا مربع 2 ہے۔ اس لیے 2 کا جذر ناطق عدد نہیں ہے۔ اسی طرح $3\sqrt{2}$ ، $\frac{\sqrt{5}}{7}$ اور $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ناطق اعداد نہیں ہیں۔ ایسے اعداد کو غیر ناطق اعداد کہتے ہیں۔ غیر ناطق اعداد کے سیٹ کو Q' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

غیر ناطق اعداد کی تعریف یوں بھی کی جاسکتی ہے کہ اگر انہیں کسور اعشاریہ میں لکھیں تو یہ غیر مختتم (non-terminating) ہوں گے اور غیر متوالی کسر اعشاریہ (non-recurring decimal fractions) کی شکل میں ہوں گے۔

2.1.2 ناطق اور غیر ناطق اعداد کی پہچان

ہم ناطق اور غیر ناطق اعداد کے متعلق پڑھ چکے ہیں۔ اب ہم مثالوں کی مدد سے ان اعداد کی پہچان کرتے ہیں۔

مثال 1: نیچے دیے گئے اعداد میں سے کون سے اعداد ناطق ہیں؟

$$\frac{2}{3}, \sqrt{9}, \frac{-7}{9}, \sqrt{\frac{16}{25}}, \frac{6}{11}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{25}$$

حل: $\frac{2}{3}, \sqrt{9}, \frac{-7}{9}, \sqrt{\frac{16}{25}}, \frac{6}{11}$ اور $\sqrt{25}$ ناطق اعداد ہیں۔ ان میں سے ہر ایک کو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے جبکہ $p, q \in Z$ اور $q \neq 0$ ۔

مثال 2: نیچے دیے گئے اعداد میں سے کون سے اعداد غیر ناطق ہیں؟

$$\sqrt{2}, 1.7320505, \sqrt{4}, 2.236068, \sqrt{16}, \sqrt{17}, \sqrt{19}, \sqrt{25}, \sqrt{37}$$

حل: $\sqrt{2}, 1.7320505, 2.236068, \sqrt{17}, \sqrt{19}$ اور $\sqrt{37}$ غیر ناطق اعداد ہیں۔ ان میں سے ہر ایک کو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں نہیں لکھا جاسکتا۔ جبکہ $p, q \in Z$ اور $q \neq 0$ ۔

2.1.3 حقیقی اعداد (Real Numbers)

اب ہم حقیقی اعداد کی تعریف کرتے ہیں۔ ”ناطق اعداد کے سیٹ Q اور غیر ناطق اعداد کے سیٹ Q' کا یونین سیٹ حقیقی اعداد کا سیٹ کہلاتا ہے“ اور اسے R سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$R = Q \cup Q' \quad \text{یعنی}$$

2.1.4 مختتم اور غیر مختتم کسور کا اظہار بذریعہ متوالی اور غیر متوالی کسور اعشاریہ

• مختتم کسور اعشاریہ (Terminating decimal fraction)

ایسی کسور اعشاریہ جس کے کسری حصے میں ہندسوں کی تعداد متناہی ہو مختتم کسور اعشاریہ کہلاتی ہے یا کسی ناطق عدد کو کسور اعشاریہ میں تبدیل کیا جائے اور تقسیم کا عمل مکمل ہو جائے تو ایسی کسور کو مختتم کسور اعشاریہ کہتے ہیں۔ ایسی کسور اعشاریہ کو ناطق اعداد کی شکل $\frac{P}{q}$ میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ جبکہ $p, q \in Z$ اور $q \neq 0$ ۔ مثلاً 0.25، 3.125 اور 0.0625 مختتم کسور اعشاریہ کی مثالیں ہیں۔
درج ذیل مثالوں پر غور کیجیے۔

مثال 3: $\frac{9}{4}$ کو کسور اعشاریہ میں تحویل کیجیے۔

$$\begin{array}{r} 2.25 \\ 4 \overline{)9.00} \\ \underline{-8} \quad \downarrow \\ 10 \quad \downarrow \\ \underline{-8} \quad \downarrow \\ 20 \\ \underline{-20} \\ 0 \end{array}$$

حل:

$$\frac{9}{4} = 2.25 \quad \text{پس}$$

• غیر مختتم کسور اعشاریہ (متوالی اور غیر متوالی)

(Non-Terminating with Repeating and Non-Repeating Decimal Fraction)

ایسی کسور اعشاریہ جس کے کسری حصے میں ہندسوں کی تعداد لامتناہی ہو غیر مختتم کسور اعشاریہ کہلاتی ہے۔ کسی ناطق عدد کو کسور اعشاریہ میں تحویل کرتے وقت تقسیم کا عمل ختم نہ ہو اور کسری حصہ میں کوئی بھی ہندسہ بار بار نہ آئے تو ایسی کسور کو غیر مختتم اور غیر متوالی کسور اعشاریہ کہتے ہیں۔

کسور عام کی طرح ناطق اعداد کو بھی کسور اعشاریہ میں تحویل کیا جاسکتا ہے۔

مثال 5: $\frac{9}{7}$ کو کسرا عشاریہ میں تحويل کیجیے۔

$$\begin{array}{r}
 1.285714 \dots \\
 \hline
 7 \overline{) 9.000000} \\
 \underline{-7} \\
 20 \\
 \underline{-14} \\
 60 \\
 \underline{-56} \\
 40 \\
 \underline{-35} \\
 50 \\
 \underline{-49} \\
 10 \\
 \underline{-7} \\
 30 \\
 \underline{-28} \\
 2
 \end{array}$$

پس $\frac{9}{7} = 1.285714 \dots$ (غیر مختتم اور غیر متوالی)

مثال 4: $\frac{1}{9}$ کو کسرا عشاریہ میں تحويل کیجیے۔
حل:

$$\begin{array}{r}
 0.1111 \dots \\
 \hline
 9 \overline{) 1.0000} \\
 \underline{-9} \\
 10 \\
 \underline{-9} \\
 10 \\
 \underline{-9} \\
 10 \\
 \underline{-9} \\
 1
 \end{array}$$

پس $\frac{1}{9} = 0.1111 \dots$ (غیر مختتم اور متوالی)

ہم دیکھ چکے ہیں کہ مثال 1 میں کسرا عشاریہ 2.25 مختتم ہے اور دو ہندسوں تک کسری حصہ ہے اور مثال 2 میں کسرا عشاریہ $0.1111 \dots$ غیر مختتم ہے لیکن ہندسہ "1" بار بار آ رہا ہے۔ لہذا یہ کسرا غیر مختتم اور متوالی ہے۔
اب مثال 3 میں کسرا عشاریہ $1.285714 \dots$ مختتم نہیں ہے اور ہندسوں کا سلسلہ جاری رہتا ہے۔ نقاط (\dots) ظاہر کرتے ہیں کہ کسرا عشاریہ غیر مختتم ہے۔ یہ بھی نوٹ کیا گیا ہے کہ کسری حصہ میں کوئی بھی ہندسہ بار بار نہیں آ رہا۔ اس قسم کی کسرا عشاریہ کو غیر مختتم اور غیر متوالی کسرا کہتے ہیں۔

نوٹ: ایسی کسرا عشاریہ جو غیر مختتم اور غیر متوالی ہوں، کو غیر ناطق اعداد کہتے ہیں۔

مشق 2.1

1- درج ذیل ناطق اعداد کو کسور اعشاریہ میں تبدیل کریں اور مختتم اور غیر مختتم کسور اعشاریہ کو علیحدہ کریں۔

- | | | | | | |
|------|---------------|------|---------------|-------|---------------|
| (i) | $\frac{5}{7}$ | (ii) | $\frac{3}{5}$ | (iii) | $\frac{6}{7}$ |
| (iv) | $\frac{2}{7}$ | (v) | $\frac{3}{8}$ | (vi) | $\frac{8}{5}$ |

2- درج ذیل ناطق اعداد کو کسور اعشاریہ میں تبدیل کریں اور متوالی (Repeating) اور غیر متوالی کسور اعشاریہ کو علیحدہ کریں۔

- | | | | | | | | |
|------|----------------|------|----------------|-------|----------------|--------|-----------------|
| (i) | $\frac{3}{7}$ | (ii) | $\frac{4}{5}$ | (iii) | $\frac{6}{8}$ | (iv) | $\frac{11}{12}$ |
| (v) | $\frac{1}{7}$ | (vi) | $\frac{8}{9}$ | (vii) | $\frac{25}{8}$ | (viii) | $\frac{22}{7}$ |
| (ix) | $\frac{13}{4}$ | (x) | $\frac{21}{6}$ | (xi) | $\frac{29}{2}$ | (xii) | $\frac{10}{3}$ |

2.2 مربعے (Squares)

جب ایک عدد کو اسی عدد سے ضرب دی جائے تو حاصل ضرب اُس عدد کا مربع کہلاتا ہے۔ مثلاً x کا مربع $x \times x = x^2$ ہے۔

$$3 \times 3 = 3^2 = 9 \quad \text{اور}$$

اسے ہم 3 کا مربع 9 پڑھتے ہیں۔

$$5 \times 5 = 5^2 = 25 \quad \text{اسی طرح}$$

یعنی 5 کا مربع 25 ہے۔

2.2.1 کسی عدد کا مکمل مربع معلوم کرنا

قدرتی عدد مکمل مربع کہلاتا ہے بشرطیکہ یہ کسی دوسرے قدرتی عدد کا مربع ہو۔

جیسے عدد 4 ایک مکمل مربع ہے۔ اس لیے کہ $4 = 2^2$

اسی طرح 25 ایک مکمل مربع ہے۔ اس لیے کہ $25 = 5^2$

اب ہم کسی عدد کا مکمل مربع معلوم کرنا سیکھتے ہیں۔

مثال 1: 13 کا مکمل مربع معلوم کریں۔
حل: $13 = 13^2 = 13 \times 13$
 $= 169$

مثال 2: 95 کا مکمل مربع معلوم کریں۔
حل: $95 = (95)^2 = 95 \times 95$
 $= 9025$

2.2.2 قدرتی اعداد کے مربعوں کا نمونہ (Pattern) قائم کرنا

ہم جانتے ہیں کہ $4^2 = 4 \times 4 = 16$
ہم 4 کے مربع کو ایک نمونہ کی شکل میں یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$4^2 = 1+2+3+4+3+2+1=16$$

$$5^2 = 1+2+3+4+5+4+3+2+1 = 25 \quad \text{اسی طرح}$$

$$6^2 = 1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1=36 \quad \text{اور}$$

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ کسی قدرتی عدد کے مربع کو اوپر دیے گئے نمونہ کی مدد سے لکھ سکتے ہیں۔

1^2	1	= 1
2^2	1 + 2 + 1	= 4
3^2	1 + 2 + 3 + 2 + 1	= 9
4^2	1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1	= 16
5^2	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1	= 25
6^2	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1	= 36
7^2	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1	= 49
8^2	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1	= 64
9^2	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1	= 81
10^2	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1	= 100

اوپر دیے گئے نمونہ میں ہم دیکھتے ہیں کہ:

- (i) ہر قطار 1 سے شروع ہوتی ہے اور 1 پر ہی ختم ہوتی ہے۔
- (ii) ہندسے 1 سے شروع ہو کر بڑھتے بڑھتے اُس عدد تک بڑھتے ہیں جس کا مربع لکھنا ہوتا ہے اور پھر ترتیب سے کم ہوتے ہوتے 1 تک پہنچ جاتے ہیں۔
- (iii) ہر قطار میں ہندسوں کی تعداد 2 کے حساب سے زیادہ ہوتی جاتی ہے۔
- (iv) دو متصلہ مربعوں کا فرق ایک طاق عدد ہوتا ہے۔
- (v) کسی بھی قطار میں ہندسوں (اعداد) کی تعداد برابر ہے وہ عدد جس کا مربع لکھ رہے ہیں اور اس کے پہلے متصلہ عدد کے مجموعہ کے برابر۔

قدرتی اعداد کے مربعوں کا ایک اور نمونہ دیکھیے۔

$$\begin{array}{ll}
 1^2 = 1 & = 1 \\
 2^2 = 1+3 & = 4 \\
 3^2 = 1+3+5 & = 9 \\
 4^2 = 1+3+5+7 & = 16 \\
 5^2 = 1+3+5+7+9 & = 25 \\
 6^2 = 1+3+5+7+9+11 & = 36 \\
 7^2 = 1+3+5+7+9+11+13 & = 49 \\
 8^2 = 1+3+5+7+9+11+13+15 & = 64 \\
 9^2 = 1+3+5+7+9+11+13+15+17 & = 81 \\
 10^2 = 1+3+5+7+9+11+13+15+17+19 & = 100
 \end{array}$$

ہم دیکھتے ہیں کہ:

- (i) جمع میں ترتیب صعودی ہے۔
- (ii) ہر ایک عدد کے مربع کو صرف طاق اعداد کے مجموعے سے لیا گیا ہے۔
- (iii) ہر ایک قطار کی ابتدا طاق عدد 1 سے ہوتی ہے۔
- (iv) ہر قطار میں طاق اعداد کی تعداد متصلہ طاق اعداد کی صورت میں اتنی ہی ہے جس عدد کا مربع لکھا جا رہا ہوتا ہے۔
- (v) ہر قطار میں اعداد کا مجموعہ دیئے ہوئے عدد کے مربع کے برابر ہوتا ہے۔
- (vi) قطار کا آخری طاق عدد وہ عدد ہے جو دیئے ہوئے عدد کو دوگنا کر کے اُس میں 1 تفریق کر دیا جائے۔

مشق 2.2

1- دیئے گئے اعداد میں سے ہر ایک کا مکمل مربع معلوم کیجیے۔

$$\begin{array}{lll}
 \text{(i)} & 7 & \text{(ii)} & 11 & \text{(iii)} & 19 \\
 \text{(iv)} & 25 & \text{(v)} & 37 & \text{(vi)} & 75
 \end{array}$$

2- نیچے دیئے گئے مربعوں کو جمعی نمونہ کی شکل میں لکھیے۔

$$\begin{array}{lll}
 \text{(i)} & 6^2 & \text{(ii)} & 7^2 & \text{(iii)} & 4^2 \\
 \text{(iv)} & 5^2 & \text{(v)} & 3^2 & \text{(vi)} & 8^2
 \end{array}$$

2.3 جذر المربع (Square Root)

2.3.1 (a) قدرتی اعداد (b) کسور عام (c) مکمل مربع کی شکل کی کسور اعشاریہ کا جذر بذریعہ مفرد اجزائے ضربی

اور تقسیم کے طریقہ سے معلوم کرنا

کسی مثبت عدد کا جذر مثبت ہوتا ہے جس کا مربع دیا ہوا عدد ہوتا ہے۔ جذر کے لیے علامت $\sqrt{\quad}$ ہے۔

(a) قدرتی اعداد کا جذر معلوم کرنا

• بذریعہ مفرد اجزائے ضربی

دیئے ہوئے عدد کے مفرد عدد معلوم کر لیے جاتے ہیں۔ ان کو جوڑوں کی شکل میں لکھا جاتا ہے۔ ہر جوڑے میں سے ایک ایک

عدد لیا جاتا ہے۔ ان تمام مفرد اعداد کو آپس میں ضرب دی جاتی ہے حاصل ضرب مطلوبہ جذر ہوتا ہے۔
مثال 1: 225 کا جذر بذریعہ مفرد تجزیہ معلوم کیجیے۔

3	225
3	75
5	25
5	5
	1

$$225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$\sqrt{225} = \sqrt{3 \times 3 \times 5 \times 5}$$

$$= 3 \times 5$$

$$= 15$$

$$\sqrt{225} = 15 \quad \text{پس}$$

مثال 2: 576 کا جذر بذریعہ مفرد تجزیہ معلوم کیجیے۔

2	576
2	288
2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

$$576 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\sqrt{576} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$= 24$$

$$\sqrt{576} = 24 \quad \text{پس}$$

مثال 3: 1600 کا جذر بذریعہ مفرد تجزیہ معلوم کیجیے۔

2	1600
2	800
2	400
2	200
2	100
2	50
5	25
5	5
	1

$$1600 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

$$\sqrt{1600} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5}$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$= 40$$

$$\sqrt{1600} = 40 \quad \text{پس}$$

• جذر بذریعہ تقسیم

قدرتی اعداد کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کرنے کے لیے ہمارا عمل اس طرح ہوگا:

- (i) دیے ہوئے عدد کے ہندسوں کے دائیں طرف سے جوڑے بنائیں۔ اگر ہندسوں کی تعداد جفت ہوگی تو جوڑے مکمل بن جائیں گے اور اگر یہ تعداد طاق ہوگی تو عدد کا بائیں طرف کا ہندسہ اکیلا ہی رہے گا۔
- (ii) اب ایسا عدد تلاش کریں جس کا مربع دائیں طرف کے جوڑے (یا اکیلے عدد) کے برابر یا نزدیک ترین ہو اور یہ عدد حاصلی قسمت میں بھی لیا جائے گا۔

(iii) حاصل ضرب کو تفریق کریں اور اگلے جوڑے کو باقی (remainder) کے دائیں طرف لکھیں۔

(iv) حاصل قسمت میں عدد کو دو گنا کریں اور اسے بطور مقسوم علیہ لیں۔

(v) اب ایسا عدد تلاش کریں کہ مقسوم علیہ کے دائیں طرف لکھ کر اس طرح حاصل عدد سے اس نئے عدد کے ساتھ اُسے ضرب دیں کہ مقسوم کے برابر آئے یا نزدیک ترین ہو۔ اس نئے عدد کو حاصل قسمت کے دائیں طرف بھی لکھ لیں۔ یہ سلسلہ جاری رکھیں کہ تمام جوڑے اتر جائیں۔

مثال 4: 625 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

حل:

$$\begin{array}{r} 25 \\ 2 \overline{) 625} \\ \underline{4 } \\ 225 \\ \underline{225} \\ 0 \end{array}$$

پس $\sqrt{625} = 25$

مثال 5: 1024 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

حل:

$$\begin{array}{r} 32 \\ 3 \overline{) 1024} \\ \underline{9 } \\ 124 \\ \underline{124} \\ 0 \end{array}$$

پس $\sqrt{1024} = 32$

مثال 6: 15129 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

حل:

$$\begin{array}{r} 123 \\ 1 \overline{) 15129} \\ \underline{1 } \\ 51 \\ \underline{44 } \\ 729 \\ \underline{729} \\ 0 \end{array}$$

پس $\sqrt{15129} = 123$

مشق 2.3

1- نیچے دیے گئے اعداد کا جذر بذریعہ مفرد تجزیہ معلوم کیجیے۔

(i)	784	(ii)	1225	(iii)	2809	(iv)	4225	(v)	5184
(vi)	7744	(vii)	1296	(viii)	1764	(ix)	29241		

2- نیچے دیے گئے اعداد کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے۔

(i)	13689	(ii)	29241	(iii)	103041
(iv)	418609	(v)	49729	(vi)	55696
(vii)	240100	(viii)	10329796		

(b) کسور عام کا جذر معلوم کرنا

ہم جانتے ہیں $\frac{4}{9}$ میں 4 کو شمار کنندہ اور 9 کو نسب نما کہتے ہیں۔ کسور عام کا جذر معلوم کرنے کے لیے شمار کنندہ کے جذر کو نسب نما کے جذر سے تقسیم کیا جاتا ہے۔

درج ذیل مثالوں کی مدد سے اس کی وضاحت کی جاتی ہے۔

جذر بذریعہ مفرد تجزیہ

مثال 7: $\frac{9}{16}$ کا جذر بذریعہ مفرد تجزیہ معلوم کریں۔
حل:

$$\frac{9}{16} = \frac{3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2}$$

$$\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}}$$

$$= \frac{\sqrt{3 \times 3}}{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2}} = \frac{3}{2 \times 2} = \frac{3}{4}$$

اب

پس

مثال 8: $1\frac{11}{25}$ کا جذر بذریعہ مفرد تجزیہ معلوم کریں۔
حل:

$$1\frac{11}{25} = \frac{36}{25} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 3}{5 \times 5}$$

$$\sqrt{1\frac{11}{25}} = \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}}$$

$$= \frac{\sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3}}{\sqrt{5 \times 5}} = \frac{2 \times 3}{5}$$

$$\sqrt{1\frac{11}{25}} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

اب

پس

• کسور عام کا جذر بذریعہ تقسیم

ہم جانتے ہیں کہ کسور عام کا جذر، اُس کے شمار کنندہ کے جذر کو اُس کے نسب نما کے جذر سے تقسیم کر کے معلوم کیا جاتا ہے۔

مثال 9: $\frac{169}{289}$ کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

$$\begin{array}{r} 13 \\ 1 \overline{) 169} \\ \underline{1 } \\ 69 \\ \underline{69} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 1 \overline{) 289} \\ \underline{1 } \\ 189 \\ \underline{189} \\ 0 \end{array}$$

حل:

$$\sqrt{\frac{169}{289}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{289}}$$

$$= \frac{13}{17}$$

پس $\sqrt{\frac{169}{289}} = \frac{13}{17}$

مثال 10: $9\frac{67}{121}$ کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

$$\begin{array}{r} 34 \\ 3 \overline{) 1156} \\ \underline{9 } \\ 256 \\ \underline{256} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 1 \overline{) 121} \\ \underline{1 } \\ 21 \\ \underline{21} \\ 0 \end{array}$$

حل:

$$9\frac{67}{121} = \frac{1156}{121}$$

$$\sqrt{9\frac{67}{121}} = \sqrt{\frac{1156}{121}}$$

$$= \frac{\sqrt{1156}}{\sqrt{121}}$$

$$= \frac{34}{11}$$

$$= 3\frac{1}{11}$$

پس $\sqrt{9\frac{67}{121}} = 3\frac{1}{11}$

مشق 2.4

1- درج ذیل کسور عام کا جذر بذریعہ مفرد تجزی معلوم کیجیے۔

(i) $\frac{49}{64}$

(ii) $\frac{121}{625}$

(iii) $\frac{196}{441}$

(iv) $1\frac{13}{36}$

(v) $\frac{676}{729}$

(vi) $12\frac{24}{25}$

2- درج ذیل کسور کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے۔

(i) $\frac{144}{225}$ (ii) $\frac{169}{256}$ (iii) $\frac{784}{841}$ (iv) $\frac{1024}{1225}$ (v) $5\frac{41}{64}$ (vi) $9\frac{67}{121}$

(c) کسور اعشاریہ کا جذر معلوم کرنا

• بذریعہ مفرد تجزی

ہم کسر اعشاریہ کو کسر عام میں تحويل کر کے جذر معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{r|l} 2 & 64 \\ \hline 2 & 32 \\ \hline 2 & 16 \\ \hline 2 & 8 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 100 \\ \hline 2 & 50 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

مثال 11: 0.64 کا جذر بذریعہ مفرد تجزی معلوم کریں۔ $0.64 = \frac{64}{100}$

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{64}{100}} &= \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{100}} \quad \text{اور} \\ &= \frac{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}}{\sqrt{2 \times 2 \times 5 \times 5}} \\ &= \frac{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}}{\sqrt{2 \times 2 \times 5 \times 5}} \\ &= \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 5} = \frac{8}{10} \\ &= 0.8 \end{aligned}$$

$$\sqrt{0.64} = 0.8 \quad \text{پس}$$

مثال 12: 2.25 کا جذر بذریعہ مفرد تجزی معلوم کریں۔

$$\begin{array}{r|l} 3 & 225 \\ \hline 3 & 75 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 100 \\ \hline 2 & 50 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2.25 &= \frac{225}{100} \\ \sqrt{\frac{225}{100}} &= \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{3 \times 3 \times 5 \times 5}}{\sqrt{2 \times 2 \times 5 \times 5}} \\ &= \frac{\sqrt{3 \times 3 \times 5 \times 5}}{\sqrt{2 \times 2 \times 5 \times 5}} \\ &= \frac{3 \times 5}{2 \times 5} = \frac{15}{10} \\ &= 1.5 \end{aligned}$$

$$\sqrt{2.25} = 1.5 \quad \text{پس}$$

• کسرا عشریہ کا جذر بذریعہ تقسیم

کسرا عشریہ کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کرنے کے لیے درج ذیل طریقہ اختیار کیا جائے گا:

- نقطہ عشریہ کے بائیں طرف ہندسوں کے جوڑے دائیں سے بائیں طرف بنائیں۔
- نقطہ عشریہ کے دائیں طرف ہندسوں کے جوڑے بائیں سے دائیں طرف بنائیں۔
- حاصل قسمت میں نقطہ عشریہ لگائیں اور پھر نقطہ عشریہ کے دائیں طرف کے جوڑے اتاریں۔
- دو جوڑے اکٹھے اتارنے کی صورت میں حاصل قسمت میں 0 لگالیں۔

اس طریقہ کی وضاحت مثالوں کی مدد سے کی جاتی ہے۔

مثال 13: 180.9025 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

حل:

$$\begin{array}{r}
 13.45 \\
 \hline
 1 \quad 180.9025 \\
 \underline{1} \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 23 \quad 80 \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 \underline{69} \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 264 \quad 1190 \quad \downarrow \\
 \underline{1056} \quad \downarrow \\
 2685 \quad 13425 \\
 \underline{13425} \\
 0
 \end{array}$$

$$\sqrt{180.9025} = 13.45 \text{ پس}$$

مثال 14: 0.053361 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

حل:

$$\begin{array}{r}
 0.231 \\
 \hline
 2 \quad 0.053361 \\
 \underline{04} \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 43 \quad 133 \quad \downarrow \\
 \underline{129} \quad \downarrow \\
 461 \\
 \underline{461} \\
 0
 \end{array}$$

$$\sqrt{0.053361} = 0.231 \text{ پس}$$

وضاحت

$$\begin{array}{l}
 1 \times 21 = 21 \\
 2 \times 22 = 44 \\
 3 \times 23 = 69 \\
 4 \times 24 = 96
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 1 \times 261 = 261 \\
 2 \times 262 = 524 \\
 3 \times 263 = 789 \\
 4 \times 264 = 1056 \\
 5 \times 265 = 1325
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 1 \times 2681 = 2681 \\
 2 \times 2682 = 5364 \\
 3 \times 2683 = 8049 \\
 4 \times 2684 = 10736 \\
 5 \times 2685 = 13425
 \end{array}$$

مثال 15: 152.7696 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

حل:

$$\begin{array}{r}
 12.36 \\
 \hline
 1 \overline{) 152.7696} \\
 \underline{1} \\
 52 \\
 \underline{44} \\
 876 \\
 \underline{729} \\
 14796 \\
 \underline{14796} \\
 0
 \end{array}$$

پس $\sqrt{152.7696} = 12.36$

مشق 2.5

1- درج ذیل کسور اعشاریہ کا جذر بذریعہ مفرد تجزی معلوم کیجیے۔

- | | | |
|-----------|-----------|------------|
| (i) 1.21 | (ii) 0.64 | (iii) 7.29 |
| (iv) 1.44 | (v) 1.69 | (vi) 12.25 |

2- درج ذیل کسور اعشاریہ کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے۔

- | | | |
|-------------------|-------------------|----------------|
| (i) 0.3249 | (ii) 0.5184 | (iii) 10.24 |
| (iv) 20.5209 | (v) 648.7209 | (vi) 2981.16 |
| (vii) 7613.609536 | (viii) 0.00868624 | (ix) 2374.6129 |

2.3.2 ایک ایسے عدد کا جذر معلوم کرنا جو مکمل مربع نہیں ہے۔

مثال 16: 2 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

حل:

$$\begin{array}{r}
 1.414 \\
 \hline
 1 \overline{) 2.000000} \\
 \underline{1} \\
 100 \\
 \underline{96} \\
 400 \\
 \underline{281} \\
 11900 \\
 \underline{11296} \\
 604 \\
 \dots\dots\dots \\
 \dots\dots\dots
 \end{array}$$

پس $\sqrt{2} = 1.414 \dots$

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ جذر نکالنے کا عمل جاری رہتا ہے۔ یوں ہم باقی کے طور پر صفر حاصل نہیں کر پائیں گے۔ خارج قسمت میں فقط اعشاریہ کے بعد آنے والے ہندسوں میں کوئی بھی ہندسہ بار بار نہیں آ رہا۔ جیسا کہ ناطق اعداد میں ہوتا ہے۔

$$\frac{2}{3} = 0.666 \quad \text{اور} \quad \frac{7}{9} = 0.777$$

یاد رکھیے:

اگر ہم ایسا عدد معلوم نہ کر سکیں جس کا مربع x ہو تو \sqrt{x} ایک غیر ناطق عدد ہوگا۔

مثال 17: 2.5 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

حل:

$$\begin{array}{r} 1.58 \\ 1 \overline{) 2.50 \overline{00} 00} \\ \underline{1} \\ 150 \\ \underline{1} \\ 2500 \\ \underline{2464} \\ 3600 \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array}$$

پس $\sqrt{2.5} \cong 1.58$

ایسی صورت میں جذر معلوم کرتے وقت چند درجہ اعشاریہ تک عمل کو محدود کر دیا جاتا ہے۔ یہاں دو درجہ اعشاریہ تک عمل محدود کر دیا گیا ہے۔

مثال 18: 0.257960 کا جذر تین درجہ اعشاریہ تک معلوم کریں۔

حل:

$$\begin{array}{r} 0.507 \\ 5 \overline{) 0.257960} \\ \underline{25} \\ 7960 \\ \underline{7049} \\ 911 \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array}$$

پس $\sqrt{0.257960} \cong 0.507$

مشق 2.6

1- درج ذیل اعداد کا جذر تین درجہ اعشاریہ تک معلوم کیجیے۔

- | | | |
|--------|--------|---------|
| (i) 2 | (ii) 3 | (iii) 5 |
| (iv) 7 | (v) 11 | (vi) 15 |

2- درج ذیل اعداد کا جذر دو درجہ اعشاریہ تک معلوم کیجیے۔

- | | | |
|------------|-------------|-------------|
| (i) 3.6 | (ii) 6.4 | (iii) 28.9 |
| (iv) 63.34 | (v) 816.081 | (vi) 36.008 |

2.3.3 ایک مکمل مربع کے جذر میں ہندسوں کی تعداد معلوم کرنے کے لیے کلیہ کا استعمال

کلیہ (Rule): فرض کریں مکمل مربع میں ہندسوں کی تعداد n ہے تو اس کے جذر میں ہندسوں کی تعداد اس کلیہ یا قانون کے مطابق معلوم کرتے ہیں۔

(i) اگر n جفت ہے تو ہندسوں کی تعداد $\frac{n}{2}$ ہے۔

(ii) اگر n طاق ہے تو ہندسوں کی تعداد $\frac{n+1}{2}$ ہے۔

اب ہم اس قانون کا اطلاق مثالوں کو حل کر کے کرتے ہیں۔

مثال 19: 49729 کے جذر میں ہندسوں کی تعداد معلوم کریں۔

حل: عدد = 49729

عدد میں ہندسوں کی تعداد $(n) = 5$

عدد 5 ایک طاق عدد ہے۔ اس لیے 49729 کے جذر میں ہندسوں کی تعداد $3 = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2}$ ہوگی۔
جواب کی پڑتال کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{r}
 223 \\
 2 \overline{) 49729} \\
 \underline{4} \\
 97 \\
 \underline{84} \\
 1329 \\
 \underline{1329} \\
 0
 \end{array}$$

یوں $\sqrt{49729} = 223$ اور جذر میں ہندسوں کی تعداد 3 ہے۔

مثال 20: 10329796 کے جذر میں ہندسوں کی تعداد معلوم کریں۔

$$\text{حل: عدد} = 10329796$$

$$\text{عدد میں ہندسوں کی تعداد } (n) = 8$$

عدد 8 ایک جفت عدد ہے۔ اس لیے اس عدد کے جذر میں ہندسوں کی تعداد $4 = \frac{8}{2} = \frac{n}{2}$ ہوگی۔
اب ہم اس کی تصدیق کرنے کے لیے 10329796 کا جذر معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 3214 \\ 3 \overline{) 10329796} \\ \underline{9} \\ 132 \\ \underline{124} \\ 897 \\ \underline{641} \\ 25696 \\ \underline{25696} \\ 0 \end{array}$$

یوں $\sqrt{10329796} = 3214$ اور جذر میں ہندسوں کی تعداد 4 ہے۔

مشق 2.7

1- نیچے دیے گئے مکمل مربعوں کے جذر میں ہندسوں کی تعداد معلوم کریں اور تصدیق بھی کریں۔

- | | | |
|---------------|----------------|----------------|
| (i) 63504 | (ii) 66564 | (iii) 50625 |
| (iv) 837225 | (v) 839056 | (vi) 1054729 |
| (vii) 1577536 | (viii) 2119936 | (ix) 3283344 |
| (x) 614656 | (xi) 7778521 | (xii) 12880921 |

2.3.4 جذر سے متعلقہ روزمرہ زندگی میں مسائل

مثال 21: 1225 طلبہ قطاروں میں اس طرح کھڑے ہوتے ہیں کہ ایک قطار میں اتنے ہی طلبہ ہیں جتنی قطاروں کی تعداد ہے۔ بتائیے ایک قطار میں کتنے طلبہ ہیں؟

حل: چونکہ ایک قطار میں اتنے ہی طلبہ ہیں جتنی قطاروں کی تعداد ہے۔ اس لیے 1225 کا جذر معلوم کیا جائے گا۔

$$\begin{array}{r} 35 \\ 3 \overline{) 1225} \\ \underline{9} \\ 325 \\ \underline{325} \\ 0 \end{array}$$

پس $= 35$ ہر ایک قطار میں طلبہ کی تعداد

مثال 22: ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ 18432 مربع میٹر ہے۔ اس کی چوڑائی، لمبائی کا نصف ہے۔ اس کا احاطہ معلوم کریں۔
حل: چونکہ مستطیلی کھیت کی چوڑائی، اس کی لمبائی کا نصف ہے اس لیے اسے دو مساوی مربعی علاقوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned} \text{اس لیے:} \quad \text{ہر ایک مربعی علاقہ کا رقبہ} &= \frac{18432}{2} \\ &= 9216 \text{ مربع میٹر} \end{aligned}$$

مربع کے ضلع کی لمبائی معلوم کرنے کے لیے 9216 کا جذر لیتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 96 \\ 9 \overline{) 9216} \\ \underline{81} \quad \downarrow \\ 1116 \\ \underline{1116} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{مربع کے ضلع کی لمبائی} &= 96 \text{ میٹر} \\ \text{مستطیل کی چوڑائی} &= 96 \text{ میٹر} && \text{یوں} \\ \text{مستطیل کی لمبائی} &= 2 \times 96 \text{ میٹر} && \text{اور} \\ &= 192 \text{ میٹر} \\ \text{مستطیل کا احاطہ} &= 2 (96 + 192) \\ &= 2 (288) = 576 \text{ میٹر} \end{aligned}$$

مثال 23: وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کریں جسے 58780 سے تفریق کیا جائے کہ باقی مکمل مربع ہو۔
حل: ہم 58780 کا جذر معلوم کرتے ہیں اور باقی بچنے والا عدد ہی مطلوبہ عدد ہوگا۔

$$\begin{array}{r} 242 \\ 2 \overline{) 58780} \\ \underline{4} \quad \downarrow \\ 187 \\ \underline{176} \quad \downarrow \\ 1180 \\ \underline{964} \\ 216 \end{array}$$

216 تفریق کرنے سے حاصل تفریق مکمل مربع ہوگا۔

$$\text{یوں} \quad 58780 - 216 = 58564 \text{ مکمل مربع ہے۔}$$

مشق 2.8

- 1- ایک مربعی کھیت کا رقبہ 14400 مربع میٹر ہے۔ اس کے ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔
- 2- ایک مربعی کھیت کا رقبہ 422500 مربع میٹر ہے۔ اس کے گرد باڑ لگانے کے لیے کتنی لمبی درکار ہوگی؟

- 3- ایک باغبان 122500 درخت اس طرح لگانا چاہتا ہے کہ ہر ایک قطار میں اُتے ہی درخت ہوں جتنی قطاریں ہوں۔ بتائیے وہ ہر ایک قطار میں کتنے درخت لگائے گا؟
- 4- ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ 10092 مربع میٹر ہے۔ اُس کی لمبائی، چوڑائی کا تین گنا ہے۔ اس کا احاطہ معلوم کریں۔
- 5- ایک دائرونی علاقہ کا رقبہ 616 مربع ڈیسی میٹر ہے۔ اس کا رداس (radius) معلوم کریں۔ $\left(\pi \cong \frac{22}{7}\right)$
- 6- ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ 28800 مربع میٹر ہے۔ اس کی لمبائی، چوڑائی سے دوگنی ہے۔ اس کی لمبائی اور چوڑائی معلوم کریں۔
- 7- 109087 میں سے کون سا چھوٹے سے چھوٹا عدد تفریق کیا جائے کہ باقی عدد مکمل مربع ہو؟
- 8- ایک دائرونی کھیت کو ہموار کروانے کا خرچہ بحساب 2 روپے فی مربع میٹر 4928 روپے ہے۔ اس کھیت کا رداس معلوم کریں۔
- 9- ایک مربع کھیت میں بحساب 2 روپے فی 100 مربع میٹر میں ہل چلانے کا خرچہ 2450 روپے ہے۔ کھیت کے ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔
- 10- ایک مربعی گھاس کے میدان کا رقبہ 62500 مربع میٹر ہے۔ اس کے گرد لکڑی کی باڑ لگانا ہے۔ کتنی لمبی باڑ ہوگی؟ 50 روپے فی میٹر کے حساب سے اس پر کتنی لاگت آئے گی؟

2.4 مکعب اور جذر المکعب (Cubes and Cube-roots)

2.4.1 مکعب اور مکمل مکعب کی پہچان

• مکعب (Cube)

کسی عدد کے مکعب سے مراد یہ ہے کہ اُس عدد کو اُسی سے تین دفعہ ضرب دی جائے۔ فرض کریں وہ عدد x ہے۔

$$x \times x \times x = x^3 \text{ تو}$$

مثال کے طور پر:

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$3 \times 3 \times 3 = 3^3$$

$$4 \times 4 \times 4 = 4^3 \text{ وغیرہ}$$

• مکمل مکعب (Perfect Cube)

اگر ایک صحیح عدد کو آپس میں تین دفعہ ضرب دی جائے تو حاصل ضرب عدد مکمل مکعب ہوگا۔ یعنی کسی صحیح عدد کی تیسری قوت مکمل مکعب ہوتی ہے۔

مثال 1: دیکھیے کیا 8، 27 اور 216 مکمل مکعب ہیں؟

حل: 27، 8 اور 216

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3 \quad \text{یوں 8 مکمل مکعب ہے 2 کا}$$

$$27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3 \quad \text{27 بھی مکمل مکعب ہے 3 کا}$$

$$216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \quad \text{اور}$$

$$= 2^3 \times 3^3$$

$$= (2 \times 3)^3 = 6^3 \quad \text{اس طرح 216 بھی مکمل مکعب ہے 6 کا}$$

مثال 2: 1.2 کا مکمل مکعب معلوم کریں۔

$$\begin{aligned} \text{حل: } (1.2)^3 &= (1.2) \times (1.2) \times (1.2) \\ &= (1.44) \times (1.2) \\ &= 1.728 \end{aligned}$$

2.4.2 مکمل مکعب عددوں کا جذر المکعب معلوم کرنا

ریاضی میں کسی عدد کے جذر المکعب کو $x^{1/3}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ $x^{1/3}$ ایک ایسا عدد ہے کہ $a^3 = x$ یعنی $a = x^{1/3}$ جذر المکعب کے لیے علامت $\sqrt[3]{\quad}$ ہے۔ یاد رہے کہ یہاں 3 علامت کا حصہ ہے۔

مثال 3: 125 کا جذر المکعب معلوم کریں۔

$$\begin{aligned} \text{حل: } \sqrt[3]{125} &= 125 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3 \\ \sqrt[3]{125} &= \sqrt[3]{5 \times 5 \times 5} \\ &= (5^3)^{1/3} \\ \sqrt[3]{125} &= 5 \quad \text{پس} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 125} \\ \underline{5} \\ 5 \\ \underline{5} \\ 0 \\ 1 \end{array}$$

مثال 4: 9261 کا جذر المکعب معلوم کریں۔

$$\begin{aligned} \text{حل: } \sqrt[3]{9261} &= 9261 = 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7 \times 7 \\ &= 3^3 \times 7^3 \\ \sqrt[3]{9261} &= \sqrt[3]{3^3 \times 7^3} \\ &= (3^3 \times 7^3)^{1/3} \\ &= (3^3)^{1/3} \times (7^3)^{1/3} \\ &= 3 \times 7 \\ \sqrt[3]{9261} &= 21 \quad \text{پس} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 9261} \\ \underline{3} \\ 3 \\ \underline{3} \\ 0 \\ 7 \\ \underline{7} \\ 0 \\ 7 \\ \underline{7} \\ 0 \\ 1 \end{array}$$

2.4.3 اعداد کے مکعب کے خواص کی پہچان

- (i) مثبت عدد کا مکعب مثبت عدد ہوتا ہے۔ مثلاً $3^3 = 27$
(ii) منفی عدد کا مکعب منفی ہوتا ہے۔ مثلاً $(-4)^3 = -64$
(iii) جفت عدد کا مکعب جفت عدد ہوتا ہے۔ مثلاً $6^3 = 216$
(iv) طاق عدد کا مکعب طاق عدد ہوتا ہے۔ مثلاً $7^3 = 343$
(v) ضرب اور تقسیم کے لحاظ سے مکعب کی خاصیت تقسیمی۔ مثلاً
(a) $(5 \times 7)^3 = 5^3 \times 7^3$ (b) $\left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{5^3}{7^3}$
(vi) مکعب سے حاصل اعداد مکمل مکعب ہوتے ہیں۔ مثلاً

$$8^3 = 512, \quad 4^3 = 64, \quad 6^3 = 216$$

یوں 216، 64 اور 512 مکمل مکعب ہیں۔

مشق 2.9

1- نیچے دیے گئے اعداد میں سے مکمل مکعب اعداد کون کون سے ہیں؟

- (i) 512 (ii) 1100 (iii) 6859
(iv) 729 (v) $\frac{1000}{125}$

2- درج ذیل اعداد کا جذر المکعب معلوم کریں۔

- (i) 729 (ii) 15625 (iii) 13824

3- درج ذیل کا مکعب معلوم کریں۔

- (i) 1.4 (ii) 0.4 (iii) 0.8

4- درج ذیل کا جذر المکعب معلوم کریں۔

- (i) $\frac{27}{216}$ (ii) 35937 (iii) 3375

جائزہ مشق 1

1- ہر سوال کے نیچے چار ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں۔ درست جواب کے گرد دائرہ لگائیں۔

(i) حقیقی اعداد کن اعداد پر مشتمل ہوتے ہیں؟

- (a) ناطق اور غیر ناطق اعداد کا فرق (b) ناطق اور غیر ناطق اعداد کا تقاطع سیٹ
(c) ناطق اور غیر ناطق اعداد کا یونین سیٹ (d) قدرتی اعداد کے سیٹ کا کمپلیمنٹ سیٹ

(ii) $\sqrt{81}$ کے متعلق کون سا بیان درست نہیں ہے؟

- (a) قدرتی عدد (b) مکمل عدد (c) ناطق عدد (d) غیر ناطق عدد

(iii) کون سا عدد مکمل مربع ہے؟

- (a) 25.6 (b) 0.256 (c) 2.56 (d) 2560

(iv) 0.9 کا مربع کس کے برابر ہے؟

- (a) 0.81 (b) 8.10 (c) 0.081 (d) 81.0

(v) $\left(\frac{7}{9}\right)^2 = ?$

- (a) $\frac{49}{6}$ (b) $\frac{7}{81}$ (c) $\frac{49}{81}$ (d) $\frac{7}{3}$

(vi) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = ?$

- (a) 8^2 (b) 9^2 (c) 65 (d) 81

(vii) اگر ایک مربع کے ضلع کی لمبائی 0.5 میٹر ہو تو اس کا رقبہ کیا ہوگا؟

- (a) $0.50m^2$ (b) $2.5m^2$ (c) $.25m^2$ (d) $25m^2$

$$\sqrt{.04} = ? \text{ (viii)}$$

- (a) .02 (b) 2.0 (c) 0.2 (d) 20

$$\sqrt{1^2 \times 4^2} = ? \text{ (ix)}$$

- (a) 4 (b) 14 (c) 41 (d) 2

$$\sqrt[3]{216} = ? \text{ (x)}$$

- (a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = ? \text{ (xi)}$$

- (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{2}{9}$ (c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{3}{2}$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = ? \text{ (xii)}$$

- (a) $\frac{a}{b}$ (b) ab (c) $\sqrt{\frac{b}{a}}$ (d) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

2- نیچے دیے ہوئے اعداد کے جذر میں ہندسوں کی تعداد معلوم کریں اور جذر بھی معلوم کریں۔

- (a) 418609 (b) 30349081 (c) 10329796

3- درج ذیل اعداد کا جذر معلوم کریں۔

- (a) $28\frac{4}{9}$ (b) $17\frac{128}{289}$ (c) $101\frac{92}{169}$
 (d) 0.053361 (e) 0.204304 (f) 152.7696
 (g) 0.25694 (h) 38.01 (i) 64.31

4- ایک مربعی کھیت کا رقبہ 161604 مربع میٹر ہے۔ اس کے ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔

5- سعیدہ کے پاس 196 پتھر کی گولیاں ہیں۔ وہ انہیں مربعی شکل میں رکھتی ہے۔ بتائیے ہر ایک قطار میں کتنی گولیاں ہوں گی؟

6- درج ذیل اعداد کے جذر المکعب معلوم کیجیے۔

- (a) 1728 (b) 3375 (c) $\frac{216}{125}$

خلاصہ

- ایسا عدد جسے $\frac{p}{q}$ کی شکل میں نہ لکھا جائے جبکہ $p, q \in Z$ اور $q \neq 0$ تو وہ غیر ناطق عدد ہے۔
- حقیقی اعداد کا سیٹ، ناطق اور غیر ناطق اعداد کا یونین سیٹ ہے۔ یعنی $R = Q \cup Q'$
- ایک عدد جسے کسر اعشاریہ میں ظاہر کیا جائے کہ وہ غیر مختتم اور متوالی شکل میں ہو تو اسے ناطق عدد کہتے ہیں۔
- ایک کسر اعشاریہ جس میں نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف ہندسوں کی تعداد محدود ہو کو مختتم کسر اعشاریہ کہتے ہیں۔
- ایک کسر اعشاریہ جس میں کسری حصہ میں ہندسوں کی تعداد لامحدود ہو غیر مختتم کسر اعشاریہ کہلاتی ہے۔
- ایک عدد اور اسی عدد کا حاصل ضرب اُس کا مربع کہلاتا ہے۔
- ایک مثبت عدد کا جذر المربع ایک ایسا مثبت عدد ہوتا ہے جس کا مربع دیا ہوا عدد ہوتا ہے۔
- کسی عدد کے مکعب سے مراد ایسا عدد ہے جسے آپس میں تین دفعہ ضرب دے کر حاصل کیا جاتا ہے۔

