یونٹ-3 ◀ عددی نظام (Number System)

اس یونٹ کو پڑھنے کے بعد طلبہ اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ:

- عددی نظام کے اساس کی پہچان کر سکیں۔
- اساس 2، 5، 8 اور 10 کے عددی نظام کی تعریف کر سکیں۔
- بیان/ وضاحت کر سکیں:
  - ثنائی نظام (اساس 2 کا نظام)
  - اساس 5 کا نظام
  - اساس 8 کا نظام
  - اساس 10 کا نظام (اعشاری نظام)
- اعشاری نظام میں دیے گئے عدد کو اساس 2، 5، 8 اور 10 کے نظام میں تحویل کر سکیں اور اس کے برعکس عمل کر سکیں۔
- اساس 2، 5، 8 اور 10 میں اعداد کو جمع، تفریق اور ضرب دے سکیں۔
- مختلف اساس میں دیے گئے اعداد کو جمع، تفریق اور ضرب دے سکیں۔

3.1 عددی نظامات (Number Systems)

کسی بھی عدد کو 10 ہندسوں کی مدد سے لکھا جا سکتا ہے۔یعنی 9 , 8 , 7 , 6 , 5 , 4 , 3 , 2 , 1 , 0 وہ دس ہندسے ہیں انہیں عددی علامات کہتے ہیں اور یہ عربی علامات ہیں۔

3.1.1 عددی نظام کی اساس (Base of Number System)

کسی بھی عددی نظام میں جتنے ہندسے استعمال ہوتے ہیں وہ اس کی اساس کہلاتی ہے۔اگر ایک عددی نظام میں دو ہندسے 1، 0 استعمال ہوتے ہیں تو اس کی اساس 2 ہے اور وہ عددی نظام جس میں 10 ہندسے استعمال ہوتے ہیں اس کی اساس 10 ہے۔

اسی طرح وہ عددی نظام جس میں ہندسے 4 , 3 , 2 , 1 , 0 استعمال ہوتے ہیں اس کی اساس 5 ہے۔

3.1.2 اساس 2، 5، 8 اور 10 کے عددی نظام کی تعریف

(a) ثنائی نظام (اساس دو کا نظام) (Number System with Base 2)

ایسا عددی نظام جو دو ہندسوں 1 , 0 سے بنتا ہے ثنائی نظام کہلاتا ہے۔اور اس کی اساس 2 ہے بظاہر یہ عددی نظام روزمرہ زندگی میں استعمال نہیں ہوتا۔لیکن یہ عددی نظام بہت ہی مفید ہے اس لیے کہ یہ ہر قسم کے کمپیوٹر میں استعمال ہوتا ہے۔کمپیوٹر تمام معلومات ثنائی نظام میں جمع کرتا ہے۔اس لیے یہ نظام موجودہ دور میں بہت ہی اہم ہے۔

(b) اساس پانچ کا نظام (Number System with Base 5)

اس عددی نظام میں پانچ ہندسے 4, 3, 2, 1, 0 استعمال ہوتے ہیں۔بڑے سے بڑا ہندسہ 4 ہے۔

(c) اساس آٹھ کا نظام (Number System with Base 8)

اس عددی نظام میں آٹھ ہندسے 7 , 6 , 5 , 4 , 3 , 2 , 1 , 0 استعمال ہوتے ہیں۔بڑے سے بڑا ہندسہ 7 ہے۔

(d) اعشاری عددی نظام (Decimal Number System)

دنیا میں سب سے زیادہ استعمال ہونے والا عددی نظام اعشاری عددی نظام ہے اور یہ بہت ہی مقبول عددی نظام ہے اس میں دس ہندسے 9 , 8 , 7 , 6 , 5 , 4 , 3 , 2 , 1 , 0 استعمال ہوتے ہیں۔اس عددی نظام میں اعداد کو 10 کی قوت کے عادوں کی صورت میں لکھا جا سکتا ہے۔

3.2 تحویلات (Conversions)

اوپر دیے گئے عددی نظاموں میں مقامی قیمت کا استعمال کیا جاتا ہے۔ایک عددی نظام میں لکھے گئے عدد کو دوسرے عددی نظام میں تحویل کیا جا سکتا ہے جس کے لیے مسلسل تقسیم کا طریقہ استعمال کیا جاتا ہے اور عددی نظام کے اساس پر بار بار تقسیم کیا جاتا ہے۔

3.2.1(a) اعشاری نظام سے کسی بھی دوسرے عددی نظام میں تحویل کرنا

(i) اعشاری نظام کو ثنائی نظام میں تحویل کرنا

مثال1: 15 کو اساس 2 کے مترادف عدد میں تحویل کریں۔

حل:

2	15
2	7 – 1
2	3 – 1
	1 – 1

پس $15 = (1111)_2$

اس عدد کو ہم اس طرح پڑھیں گے: ایک،ایک،ایک،ایک اساس 2

مثال2: 541 کو اساس 2 کے مترادف عدد میں تحویل کریں۔

حل:

2	541
2	270 – 1
2	135 – 0
2	67 – 1
2	33 – 1
2	16 – 1
2	8 – 0
2	4 – 0
2	2 – 0
	1 – 0

پس $541 = (1000011101)_2$

(ii) اعشاری نظام کو اساس 5 کے عددی نظام میں تحویل کرنا

اعشاری نظام میں لکھے گئے کسی بھی عدد کو اساس پانچ کے عددی نظام میں تحویل کیا جاسکتا ہے۔

مثال3: 17 کو اساس 5 کے مترادف عدد میں تحویل کریں۔

حل:

5	17
	3 – 2

پس $17 = (32)_5$

مثال4: 89651 کو اساس 5 کے مترادف عدد میں تحویل کریں۔

حل:

5	89651
5	17930 – 1
5	3586 – 0
5	717 – 1
5	143 – 2
5	28 – 3
5	5 – 3
	1 – 0

پس $89751 = (10332101)_5$

(iii) اعشاری نظام کو اساس 8 کے نظام میں تحویل کرنا

مثال5: 824 کو اساس 8 کے مترادف عدد میں تحویل کریں۔

حل:

8	824
8	103 – 0
8	12 – 7
	1 – 4

پس $824 = (1470)_8$

مثال6: 4837 کو اساس 8 کے مترادف عدد میں تحویل کریں۔

حل:

8	4837
8	604 – 5
8	75 – 4
8	9 – 3
8	1 – 1

پس $4837 = (11345)_8$

3.2.1(b) دوسرے نظاموں کو اعشاری نظام میں تحویل کرنا

(i) ثنائی نظام کو اعشاری نظام میں تحویل کرنا

اعداد کو ثنائی نظام سے اعشاری نظام میں تحویل کرنے کی وضاحت مثالوں سے کی جاتی ہے۔

مثال 7: $(1101)_2$ کو اعشاری نظام میں تحویل کریں۔

حل:
$$(1101)_2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$
$$= 8 + 4 + 0 + 1 = 13$$

(ii) اساس 5 میں لکھے اعداد کو اعشاری نظام میں تحویل کرنا

اساس 5 میں لکھے گئے کسی بھی عدد کو اعشاری نظام میں تحویل کیا جا سکتا ہے۔ اس کی وضاحت مثالوں سے کی جاتی ہے۔

مثال 8: $(413242)_5$ کو اعشاری نظام کے مترادف عدد میں تحویل کریں۔

حل:
$$(413242)_5 = 4 \times 5^5 + 1 \times 5^4 + 3 \times 5^3 + 2 \times 5^2 + 4 \times 5^1 + 2 \times 5^0$$
$$= 4 \times 3125 + 1 \times 625 + 3 \times 125 + 2 \times 25 + 4 \times 5 + 2 \times 1$$
$$= 12500 + 625 + 375 + 50 + 20 + 2$$
$$= 13572$$

(iii) اساس 8 میں لکھے گئے اعداد کو اعشاری نظام میں تحویل کرنا

درج ذیل مثالوں پر غور کریں۔

مثال 9: درج ذیل اساس 8 (Octal) اعداد کو اعشاری نظام میں تحویل کریں۔

(i) $(126)_8$ **(ii)** $(424002)_8$

حل:

(i) $(126)_8$
$$(126)_8 = 1 \times 8^2 + 2 \times 8^1 + 6 \times 8^0$$
$$= 1 \times 64 + 2 \times 8 + 6 \times 1$$
$$= 64 + 16 + 6 = 86$$

(ii) $(424002)_8$
$$(424002)_8 = 4 \times 8^5 + 2 \times 8^4 + 4 \times 8^3 + 0 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 2 \times 8^0$$
$$= 4 \times 32768 + 2 \times 4096 + 4 \times 512 + 0 + 0 + 2 \times 1$$
$$= 131072 + 8192 + 2048 + 0 + 0 + 2$$
$$= 141314$$

مشق 3.1

1- درج ذیل اعداد کو اعشاری نظام میں تحویل کریں۔

(i) $(101)_2$ **(ii)** $(2044)_5$ **(iii)** $(1101110)_2$
(iv) $(7016)_8$ **(v)** $(2360)_8$ **(vi)** $(1011010100)_2$
(vii) $(1001001)_2$ **(viii)** $(3100)_5$

-2 ہر سوال کو دیے گئے عددی نظام میں تحویل کریں۔

اشارہ: پہلے اعشاری نظام میں تحویل کریں اور پھر متعلقہ نظام میں تحویل کریں۔

(i) 3025 کو ثنائی، اساس 8 اور اساس 5 میں تحویل کریں۔

(ii) $(671)_8$ کو ثنائی اور اساس 5 میں تحویل کریں۔

(iii) $(2006)_8$ کو ثنائی اور اساس 5 میں تحویل کریں۔

(iv) 867 کو ثنائی، اساس 8 اور اساس 5 میں تحویل کریں۔

(v) $(10011001)_2$ کو اساس 8 اور اساس 5 میں تحویل کریں۔

3.2.2 اساس 2 میں اعداد کی جمع، تفریق اور ضرب

(a) ثنائی نظام (اساس 2 کا نظام)

جمع (Addition): ہم جانتے ہیں کہ ثنائی نظام میں صرف دو ہندسے 0 اور 1 استعمال ہوتے ہیں۔

جمع کرتے وقت اگر مجموعہ ایک سے زیادہ آجاتا ہے تو مجموعہ کو 2 سے تقسیم کرتے ہیں۔ باقی کو لکھ لیا جاتا ہے اور حاصلِ قسمت کو آگے لے جایا جاتا ہے۔

ثنائی نظام میں جمع کرتے وقت درج ذیل جدول مددگار ثابت ہوسکتا ہے۔

ثنائی نظام میں جمع کا جدول

+	0	1
0	0	1
1	1	$(10)_2$

مثال 10: $(111)_2$ اور $(10)_2$ کو جمع کیجیے۔

حل: افقی شکل میں: $(111)_2 + (10)_2 = (1001)_2$

اور عمودی شکل میں:

$$\begin{array}{r} (1\ 1\ 1)_2 \\ +\ (1\ 0)_2 \\ \hline (1\ 0\ 0\ 1)_2 \end{array}$$

دوسرے کالم میں $1+1=2$ ہے اور $2=(10)_2$ اس لیے ہم 1 کو اگلے کالم میں لے جاتے ہیں اور وہاں 1+1 کو $(10)_2$ لکھتے ہیں۔

مثال 11: $(10110111)_2 + (100011)_2$ حل کریں۔

حل: افقی شکل میں: $(10110111)_2 + (100011)_2 = (11011010)_2$

اور عمودی شکل میں:

$$\begin{array}{r} (10110111)_2 \\ +\ (100011)_2 \\ \hline (11011010)_2 \end{array}$$

تفریق(Subtraction):

مثال12: $(101)_2 - (11)_2$ کو حل کریں۔

حل: $(101)_2 - (11)_2$

اعشاری نظام میں ہندسوں کی مقامی قیمت 10 کے حساب سے کم یا زیادہ ہوتی ہے۔ثنائی نظام میں 2 کے حساب سے کم یا زیادہ ہوتی ہے۔

$$\begin{array}{r} ② \\ (1\ 0\ 1)_2 \\ -\ (1\ 1)_2 \\ \hline (1\ 0)_2 \\ \hline \end{array}$$

پس $(101)_2 - (11)_2 = (10)_2$

مثال13: $(10011)_2$ میں سے $(1101)_2$ تفریق کریں۔

حل: $(10011)_2 - (1101)_2$

$$\begin{array}{r} ① \\ ⓪\ ②\ ② \\ (1\ 0\ 0\ 1\ 1)_2 \\ -\ (1\ 1\ 0\ 1)_2 \\ \hline (1\ 1\ 0)_2 \\ \hline \end{array}$$

پس $(10011)_2 - (1101)_2 = (110)_2$

ضرب(Multiplication):

اساس 2 کے نظام میں ضرب کا جدول

×	0	1
0	0	0
1	0	1

مثال14: $(11)_2$ کو $(10)_2$ سے ضرب دیں۔

حل: $(11)_2 \times (10)_2$

$$\begin{array}{r} (1\ 1)_2 \\ \times\ (1\ 0)_2 \\ \hline (0\ 0)_2 \\ (1\ 1\ 0)_2 \\ \hline (1\ 1\ 0)_2 \\ \hline \end{array}$$

پس $(11)_2 \times (10)_2 = (110)_2$

مثال15: $(11011011)_2 \times (10101)_2$ کو حل کریں۔

حل: $(11011011)_2 \times (10101)_2$

$$
\begin{array}{r}
(1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1)_2 \\
\times (1\ 0\ 1\ 0\ 1)_2 \\
\hline
1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1 \\
0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0 \\
0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
\hline
(1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1)_2 \\
\hline
\end{array}
$$

(b) اساس 5 کا عددی نظام

جمع: اساس 5 میں جمع کرتے وقت اگر دو یا زیادہ ہندسوں کا مجموعہ 5 یا 5 سے زیادہ آجائے تو مجموعہ کو 5 پر تقسیم کر کے باقی کو لکھ لیا جاتا ہے اور خارج قسمت کو آگے لے جایا جاتا ہے۔

اساس 5 کے نظام میں جمع کا جدول

+	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	10
2	2	3	4	10	11
3	3	4	10	11	12
4	4	10	11	12	13

جمع کے عمل کی وضاحت مثالوں کی مدد سے کی جاتی ہے۔

مثال16: $(4)_5 + (3)_5$ حل کریں۔

حل: $(4)_5 + (3)_5$

$4 + 3 = 7$ اور اساس 5 میں 7 کو $(12)_5$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

اس لیے $(4)_5 + (3)_5 = (12)_5$

مثال17: $(12433)_5$ اور $(31243)_5$ کو جمع کیجیے۔

حل: $(12433)_5 + (31243)_5$

$$
\begin{array}{r}
①\ ①\ ①\quad \\
(\ 1\ \ 2\ \ 4\ \ 3\ \ 3\ )_5 \\
+\ (\ 3\ \ 1\ \ 2\ \ 4\ \ 3\ )_5 \\
\hline
(\ 4\ \ 4\ \ 2\ \ 3\ \ 1\ )_5 \\
\hline
\end{array}
$$

تفریق:

مثال18: حل کریں۔ $(3421)_5 - (2143)_5$

حل: $(3421)_5 - (2143)_5$

$$\begin{array}{cccc} & & ⑤ & \\ & ③ & ① & ⑤ \\ (3 & 4 & 2 & 1)_5 \\ -(2 & 1 & 4 & 3)_5 \\ \hline (1 & 2 & 2 & 3)_5 \\ \hline \end{array}$$

پہلے کالم میں 1 میں سے 3 تفریق نہیں ہوسکتا۔ دوسرے کالم کے 2 سے 1 حاصل کرتے ہیں جو دراصل 5 ہے۔ اب $6 = 1 + 5$ میں سے 3 تفریق کر کے 3 حاصل کرتے ہیں۔
دوسرے کالم میں 1 رہ گیا ہے۔ اب تیسرے کالم کے 4 میں سے 1 حاصل کرتے ہیں جو دراصل 5 ہے۔ اب $6 = 1 + 5$ میں سے 4 تفریق کر کے 2 حاصل کرتے ہیں اور اسی طرح عمل جاری رکھتے ہیں۔

ضرب:

اساس 5 کے نظام میں ضرب کا جدول

×	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	11	13
3	0	3	11	14	22
4	0	4	13	22	31

مثال19: $(23)_5$ کو $(14)_5$ سے ضرب دیں۔

حل: $(23)_5 \times (14)_5$

$$\begin{array}{ccc} & ② & \\ & (2 & 3)_5 \\ \times & (1 & 4)_5 \\ \hline 2 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ \hline (4 & 3 & 2)_5 \\ \end{array}$$

$12 = 3 \times 4$ اور اساس 5 میں 12 کو $(22)_5$ لکھتے ہیں۔ اس لیے 2 لکھ لیا جاتا ہے اور حاصل 2 کو اگلے کالم کے اوپر لے جایا جاتا ہے۔ اور $8 = 2 \times 4$ میں 2 حاصل کو جمع کرتے ہیں یوں $10 = 2 + 8$ حاصل ہوا اور 10 کو اساس 5 میں $(20)_5$ لکھتے ہیں۔

مثال20: حل کریں۔ $(421)_5 \times (234)_5$

حل: $(421)_5 \times (234)_5$

$$\begin{array}{cccccc} ① & ② & & ① & & \\ & & ③ & ① & & \\ & & & (4 & 2 & 1)_5 \\ & & \times & (2 & 3 & 4)_5 \\ \hline & & 3 & 2 & 3 & 4 \\ & 2 & 3 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & 4 & 2 & 0 & 0 \\ \hline (2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 4)_5 \\ \hline \end{array}$$

(c) اساس 8 کا عددی نظام (Octal Number System)

جمع: اس عددی نظام میں 7 ,6 ,5 ,4 ,3 ,2 ,1 ,0 ہندسے استعمال ہوتے ہیں۔ جمع کرتے وقت ہم صفر سے شروع کر کے 7 تک پہنچ جاتے ہیں اور 8 کو $(10)_8$ لکھتے ہیں اور اسے صفر، ایک اساس 8 پڑھتے ہیں۔

مثال 21: درج ذیل اساس 8 میں دیے گئے اعداد کی حاصل جمع معلوم کریں۔

(i) $(6)_8 + (7)_8$ **(ii)** $(64)_8 + (44)_8$ **(iii)** $(255636)_8 + (143576)_8$

حل:

(i) $(6)_8 + (7)_8$

افقی شکل میں: $(6)_8 + (7)_8 = (15)_8$

عمودی شکل میں:

$$\begin{array}{r} (6)_8 \\ +\ (7)_8 \\ \hline (1\ 5)_8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 8 & 1\ 3 \\ \hline & 1-5 \\ & \longrightarrow \end{array}$$

(ii) $(64)_8 + (44)_8$

افقی شکل میں: $(64)_8 + (44)_8 = (130)_8$

عمودی شکل میں:

$$\begin{array}{r} ① \\ (6\ 4)_8 \\ +\ (4\ 4)_8 \\ \hline (1\ 3\ 0)_8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 8 & 1\ 1 \\ \hline & 1-3 \\ & \longrightarrow \end{array}$$

(iii) $(255636)_8 + (143576)_8$

افقی شکل میں: $(255636)_8 + (143576)_8 = (421434)_8$

عمودی شکل میں:

$$\begin{array}{r} ①\ ①\ ①\ ①\ ① \\ (\ 2\ 5\ 5\ 6\ 3\ 6\ )_8 \\ +\ (\ 1\ 4\ 3\ 5\ 7\ 6\ )_8 \\ \hline (\ 4\ 2\ 1\ 4\ 3\ 4\ )_8 \\ \hline \end{array}$$

تفریق:

مثال22: حل کریں۔

(i) $(14)_8-(6)_8$ **(ii)** $(604)_8-(247)_8$ **(iii)** $(455122)_8-(216634)_8$

حل:

(i) $(14)_8-(6)_8$

$(14)_8-(6)_8$ کو عمودی شکل میں لکھنے سے:

$$\begin{array}{r} (14)_8 \\ -\ (6)_8 \\ \hline (6)_8 \\ \hline \end{array}$$

پس $(14)_8-(6)_8=(6)_8$

(ii) $(604)_8-(247)_8$

$(604)_8-(247)_8$ کو عمودی شکل میں لکھنے سے:

$$\begin{array}{r} (604)_8 \\ -\ (247)_8 \\ \hline (335)_8 \\ \hline \end{array}$$

پس $(604)_8-(247)_8=(335)_8$

(iii) $(455122)_8-(216634)_8$

$(455122)_8-(216634)_8$ کو عمودی شکل میں لکھنے سے:

$$\begin{array}{r} (455122)_8 \\ -\ (216634)_8 \\ \hline (236266)_8 \\ \hline \end{array}$$

پس $(455122)_8-(216634)_8=(236266)_8$

ضرب:

مثال23: ضرب دیں۔ **(i)** $(36)_8\times(43)_8$ **(ii)** $(446)_8\times(213)_8$

حل:

(i) $(36)_8\times(43)_8$

$(36)_8\times(43)_8$ کو عمودی شکل میں لکھنے سے:

$$\begin{array}{r} ③ \\ ② \\ (3\ 6)_8 \\ \times\ (4\ 3)_8 \\ \hline (1\ 3\ 2)_8 \\ (1\ 7\ 0\ 0)_8 \\ \hline (2\ 0\ 3\ 2)_8 \\ \hline \end{array}$$

پس $(36)_8\times(43)_8=(2032)_8$

(ii) $(446)_8 \times (213)_8$

عمودی شکل میں لکھنے سے:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle ①①} \\ {\scriptstyle ①②} \\ (4\,4\,6)_8 \\ \times\,(2\,1\,3)_8 \\ \hline (1\,5\,6\,2)_8 \\ (4\,4\,6\,0)_8 \\ (1\,1\,1\,4\,0\,0)_8 \\ \hline (1\,1\,7\,6\,4\,2)_8 \\ \hline \end{array}$$

پس $(446)_8 \times (213)_8 = (117642)_8$

3.2.3 مختلف اساس میں اعداد کی جمع، تفریق اور ضرب

مختلف اساس میں اعداد پر حسابی عوامل کرنے سے پہلے تمام اعداد کو مترادف اعشاری نظام میں تحویل کر لیا جاتا ہے۔ اگر جواب اساس 2، 5، 8 یا 10 میں درکار ہو تو مطلوبہ اساس کے عددی نظام میں تحویل کر لیا جاتا ہے۔

مثال 24: $(100111)_2 + (4123)_5 + 567$ کو حل کیجیے اور جواب کو اساس 2، 5 اور 10 کے نظام میں تحویل کریں۔

حل: $(100111)_2 + (4123)_5 + 567$

$(100111)_2$ اور $(4123)_5$ کو اعشاری نظام میں تحویل کرتے ہیں۔

$$(100111)_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \text{ x } 2^0$$
$$= 32 + 0 + 0 + 4 + 2 + 1 = 39$$
$$(4123)_5 = 4 \times 5^3 + 1 \times 5^2 + 2 \times 5^1 + 3 \times 5^0$$
$$= 500 + 25 + 10 + 3 = 538$$

اب $(10111)_2 + (4123)_5 + 567 = 39 + 538 + 567 = 1144$

1144 کو ثنائی نظام میں (اساس 2) اور اساس 5 کے عددی نظام میں تحویل کرتے ہیں۔

2	1144
2	572 – 0
2	286 – 0
2	143 – 0
2	71 – 1
2	35 – 1
2	17 – 1
2	8 – 1
2	4 – 0
2	2 – 0
	1 – 0

5	1144
5	228 – 4
5	45 – 3
5	9 – 0
	1 – 4

یوں $1144 = (10001111000)_2$

اور $1144 = (14034)_5$

اس لیے $(100111)_2 + (4123)_5 + 567 = (10001111000)_2$

اور $(100111)_2 + (4123)_5 + 567 = (14034)_5$

مثال25: $(1000111)_2 - (2343)_5 - (777)_8$ کو حل کیجیے اور جواب کو اساس 2 کے نظام میں تحویل کریں۔

حل: $(777)_8 - (2343)_5 - (1000111)_2$

تمام اعداد کو اعشاری نظام میں تحویل کرتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
(777)_8 &= 7 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 7 \times 8^0 \\
&= 7 \times 64 + 56 + 7 \times 1 \\
&= 448 + 56 + 7 \\
&= 511
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(2343)_5 &= 2 \times 5^3 + 3 \times 5^2 + 4 \times 5^1 + 3 \times 5^0 \\
&= 250 + 75 + 20 + 3 \\
&= 348
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(1000111)_2 &= 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\
&= 64 + 4 + 2 + 1 = 71
\end{aligned}
$$

یوں:

$$
\begin{aligned}
(777)_8 - (2343)_5 - (1000111)_2 &= 511 - 348 - 71 \\
&= 511 - 419 \\
&= 92
\end{aligned}
$$

92 کو اساس 2 کے عددی نظام میں تحویل کرتے ہیں۔

2	92	
2	46	– 0
2	23	– 0
2	11	– 1
2	5	– 1
2	2	– 1
	1	– 0

پس $92 = (1011100)_2$

مشق 3.2

1- حل کیجیے۔

(i) $(101)_2 + (111)_2$

(ii) $(11001000111)_2 + (1010110111)_2$

(iii) $(11011)_2 - (10000)_2$

(iv) $(111011)_2 - \{(1010)_2 + (1001)_2\}$

(v) $(1111111)_2 \times (11011)_2$

(vi) $(2244)_5 + (4433)_5$

(vii) $(340102)_5 + (230124)_5$

(viii) $(100001)_5 - (33322)_5$

(ix) $(44143)_5 \times (23023)_5$

(x) $(43230)_5 \times (2412)_5$

(xi) $(5631)_8 + (2456)_8$

(xii) $(7541)_8 - (5675)_8$

(xiii) $(4672)_8 \times (507)_8$

(xiv) $(2465)_8 \times (465)_8$

(xv) $635 - \{(2244)_5 - (1243)_5 - (110111)_2\}$

-2 حل کیجیے اور جواب کو اساس 2، 5 اور 8 کے عددی نظام میں تحویل کریں۔

(i) $(75)_8 + (1342)_5 + (100111)_2$

(ii) $248 + (3124)_5 - (110110)_2$

(iii) $(563)_8 - \{(4433)_5 - (2134)_5 - (111011)_2\}$

(iv) $(3344)_5 + \{(4101)_5 + (217)_8 + (1010101)_2 - (11011)_2\}$

(v) $(6767)_8 - \{(101111101)_2 - (4213)_5 + (1423)_5 - (1110111001)_2\}$

(vi) $(1423)_5 \times (110011)_2 - (243)_5$

(vii) $(1010111010)_2 \times (40401)_5 + (4301)_5 \times (111001)_2$

(viii) $\{(3404)_5 + (1100101)_2\}\ \{(3404)_5 - (1100101)_2\}$

(ix) $\{(467)_8 + (101110011)_2\} \times \{(467)_8 + (3004)_5\}$

(x) $\{(31234)_5 + (10110111)_2\}\ \{2459 - (1342)_5\}$

جائزہ مشق 3

-1 ہرسوال کے نیچے چار ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں۔ درست جواب کے گرد دائرہ لگائیں۔

(i) کون سا عددی نظام 0,1,2,3,4 اعداد پر مشتمل ہوتا ہے؟

(a) ثنائی نظام (b) آکٹل سسٹم (c) اعشاری نظام (d) اساس 5 کا نظام

(ii) 10^3 کی قیمت کیا ہے؟

(a) 30 (b) 100 (c) 300 (d) 1000

(iii) $(100)_2$ کو اعشاری نظام میں کیسے لکھتے ہیں؟

(a) 2 (b) 7 (c) 4 (d) 10

(iv) $(304)_5$ کو اعشاری نظام میں کیسے لکھتے ہیں؟

(a) 75 (b) 30 (c) 79 (d) 34

(v) $(11)_2 + (10)_2 = ?$

(a) $(110)_2$ (b) $(111)_2$ (c) $(101)_2$ (d) $(11)_2$

(vi) $(3)_5 \times (4)_5 = ?$

(a) $(22)_5$ (b) $(34)_5$ (c) $(33)_5$ (d) $(12)_5$

(vii) $(400)_5 - (33)_5 = ?$

(a) $(312)_5$ (b) $(312)_{10}$ (c) $(367)_5$ (d) $(367)_{10}$

-2 نیچے دیے گئے سوالات کے جوابات تحریر کریں۔

(i) ثنائی عددی نظام کی تعریف کریں۔

(ii) آکٹل عددی نظام میں استعمال ہونے والے ہندسے لکھیں۔

(iii) اعشاری عددی نظام کی تعریف کریں۔

(iv) اساس 2 کے عددی نظام میں سب سے بڑا کون سا ہندسہ استعمال ہوتا ہے؟

3- درج ذیل کو اعشاری عددی نظام میں تحویل کریں۔

i. $(101)_2$ **ii.** $(1000)_2$ **iii.** $(2003)_5$ **iv.** $(3276)_8$ **v.** $(1134)_5$

4- درج ذیل اعداد کو اساس 5 اور اساس 8 کے عددی نظام میں تحویل کریں۔

i. 154 **ii.** 820 **iii.** 2640 **iv.** 51605 **v.** 898

5- حل کریں۔

i. $(11001)_2 + (101)_2$ **ii.** $(100111)_2 + (10111)_2$ **iii.** $(10000)_2 - (111)_2$

6- حل کریں۔

i. $(21304)_5 + (2003)_5$ **ii.** $(4001)_5 - (302)_5$

iii. $(2442)_5 + (4043)_5$ **iv.** $(212)_5 \times (34)_5$

7- حل کریں۔

i. $(546)_8 + (327)_8$ **ii.** $(7000)_8 - (4456)_8$

iii. $(7643)_8 \times (2346)_8$ **iv.** $(467)_8 \times (433)_8$

8- حل کریں اور جواب کو اعشاری عددی نظام میں لکھیں۔

i. $(2273)_8 - \{(104)_5 + (42)_5\}$ **ii.** $\{(80)_{10} + (241)_5\} + \{(34)_5 - (111)_2\}$

iii. $[278819 - \{60065 - ((202)_5 + (101)_2)\}]$

خلاصہ

- اساس 2 کے عددی نظام کو ثنائی عددی نظام بھی کہتے ہیں۔
- ثنائی عددی نظام میں تمام اعداد کو 1، 0 ہندسوں سے ظاہر کیا جاتا ہے۔
- ثنائی عددی نظام میں تمام اعداد کو 2 کی قوت کے عادوں کی صورت میں ظاہر کیا جا سکتا ہے۔
- اساس 5 کے عددی نظام میں 4، 3، 2، 1، 0 ہندسوں سے اعداد کو لکھا جاتا ہے۔
- اساس 5 کے عددی نظام میں تمام اعداد کو 5 کی قوت کے عادوں کی صورت میں ظاہر کیا جا سکتا ہے۔
- اساس 8 کے عددی نظام کو آکٹل نمبر سسٹم (Octal Number System) بھی کہتے ہیں۔
- اساس 8 کے عددی نظام میں تمام اعداد کو 7، 6، 5، 4، 3، 2، 1، 0 ہندسوں سے لکھا جاتا ہے۔
- اساس 8 کے عددی نظام میں تمام اعداد کو 8 کی قوت کے عادوں کی صورت میں لکھا جا سکتا ہے۔
- اعشاری عددی نظام میں تمام اعداد کو 9، 8، 7، 6، 5، 4، 3، 2، 1، 0 ہندسوں سے لکھا جاتا ہے۔
- اعشاری عددی نظام مقامی عددی قیمت کا نظام ہے جس میں ہر مقام کی قیمت 10 کی قوت سے ظاہر ہوتی ہے۔
- عدد کو ایک عددی نظام سے دوسرے عددی نظام میں بدلنے کے لیے مسلسل تقسیم کا طریقہ اختیار کیا جاتا ہے اور تقسیم متعلقہ اساس سے کی جاتی ہے۔